

SEMINARI EFFEDIESSE



POLITECNICO
MILANO 1863



DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

DIC
4
MER
2024

Federica Ferretti (Università di Ferrara)

Valutare per comprendere il gender gap in matematica

Mercoledì 4 dicembre 2024 ore 15:00, Aula Laboratorio FDS - <http://tiny.cc/zoomfds>

Prof. ssa Federica Ferretti

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università di Ferrara

federica.ferretti@unife.it



Italia peggiore al mondo per il gap tra i sessi in matematica

Ocse-Pisa, crolla la preparazione degli studenti a livello planetario

05 dicembre 2023, 18:24

Rapporto Ocse Pisa 2022: le ragazze stentano in matematica rispetto ai ragazzi, ma hanno risultati migliori in lettura

Scuola, in Italia il più alto divario al mondo tra maschi e femmine in matematica - L'indagine

5 DICEMBRE 2023 - 15:21

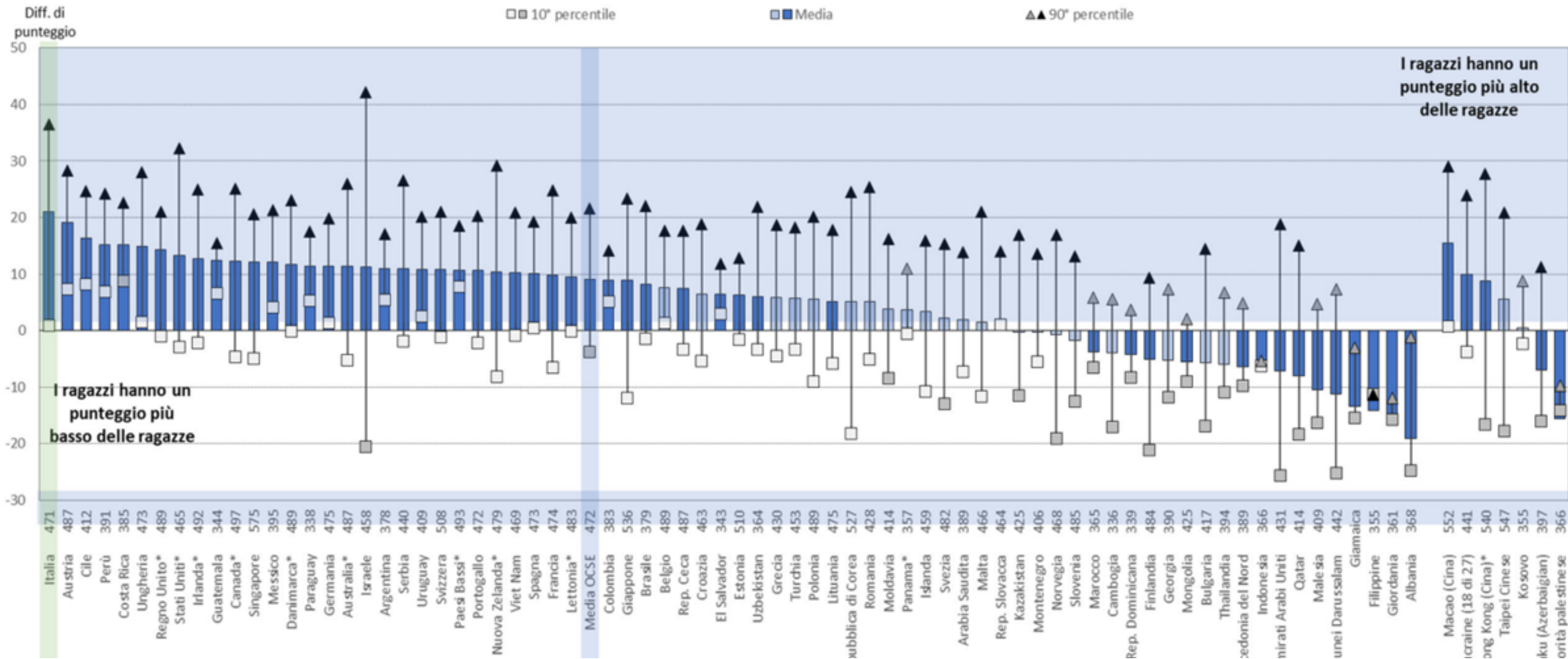
di Redazione

Ocse-Pisa, la scuola italiana non sa insegnare matematica alle ragazze: Italia peggiore al mondo | Provate il test

Che cosa ci dicono e non ci dicono i dati dell'indagine PISA 2022, Ferretti

<https://maddmaths.simai.eu/didattica/ocse-pisa-2022/>

I dati delle rilevazioni OECD-PISA



**“CI DEVE ESSERE QUALCHE PROPRIETÀ!”
PROPRIETÀ DELLE POTENZE: CONTRATTO
DIDATTICO E GENDER GAP
Giberti Chiara, Ferretti Federica**

Bolondi, G., Ferretti, F., & Giberti, C. (2018). Didactic contract as a key to interpreting gender differences in maths. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies (ECPS Journal)*, (18), 415-435.

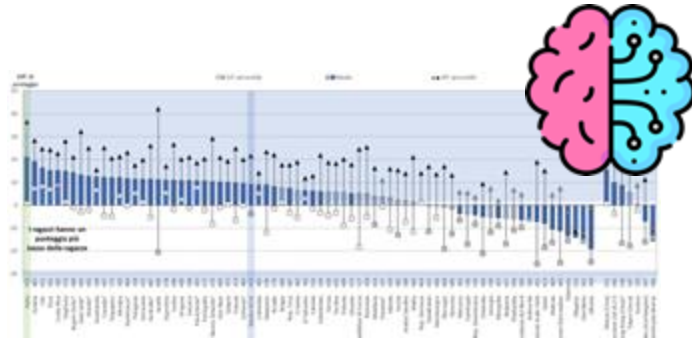
Ferretti, F., & Giberti, C. (2021). The properties of powers: Didactic contract and gender gap. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 1717-1735.

Giberti, C., & Ferretti, F. (2019). “Ci deve essere qualche proprietà!” Proprietà delle potenze: contratto didattico e gender gap. *L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE*, 42(3), 345-367.

Giberti, C. (2018). Differenze di genere e misconcezioni nell'operare con le percentuali: evidenze dalle prove INVALSI. *Cadmo: giornale italiano di pedagogia sperimentale: 2*, 2018, 97-114.

Giberti, C. (2019). Differenze di genere in matematica: dagli studi internazionali alla situazione italiana. *Didattica della matematica. Dalle ricerche alle pratiche d'aula*, 2019 (5), 9 – 26.

Che cosa ci dice la ricerca?



Fattori biologici? No! piuttosto...



Fattori socio-culturali

Quali cause?

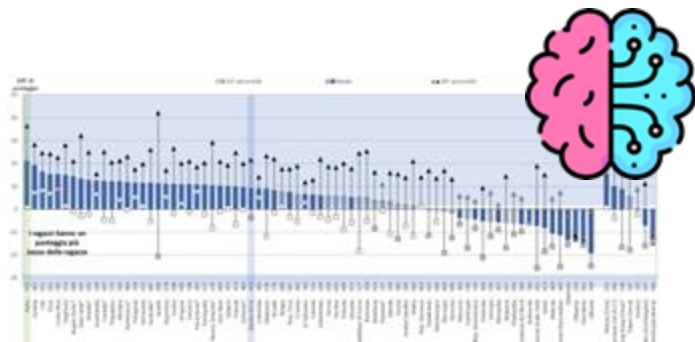
Fattori metacognitivi
legati alla matematica



Stereotipi nella società,
convinzioni di insegnanti e genitori



Che cosa ci dice la ricerca?

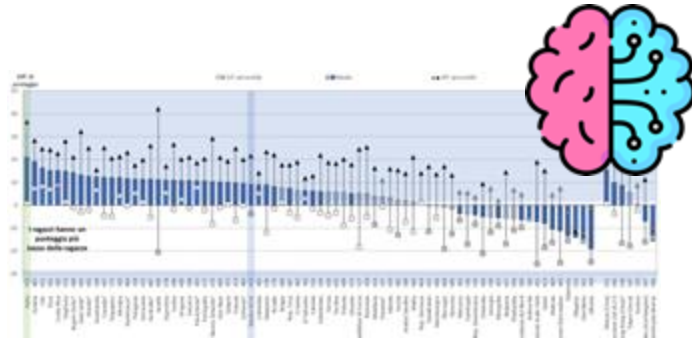


Fattori biologici? No! piuttosto...

Le cause di natura biologica e fisiologica, prese in considerazione in alcuni studi (e.g. Baron-Cohen & Wheelwright, 2004), *non risultano essere un fattore predominante nell'emergere del gap.*



Che cosa ci dice la ricerca?



Fattori biologici? No! piuttosto...

Le cause di natura biologica e fisiologica, prese in considerazione in alcuni studi (e.g. Baron-Cohen & Wheelwright, 2004), *non risultano essere un fattore predominante nell'emergere del gap.*



Fattori socio-culturali

- Numerose ricerche sostengono il *forte impatto di fattori di natura sociale e culturale* (e.g. Guiso et al., 2008).
- Diversi studi hanno ad esempio evidenziato come il gender gap in matematica sia strettamente legato anche all'emancipazione della donna nella società e come nelle società in cui la parità di genere è raggiunta questo gap tenda a scomparire (e.g. Guiso et al., 2008; González de San Román & De La Rica, 2012)

Che cosa ci dice la ricerca?

Il divario di performance è inoltre condizionato fortemente anche dalle convinzioni e gli **atteggiamenti di insegnanti, genitori e studenti** nei confronti della matematica, spesso dettati anche da **stereotipi di genere** (e.g. Jacobs & Bleeker, 2004; Tomasetto, 2013) e da fattori metacognitivi strettamente legati alla matematica (OECD, 2015; Herbert & Stipek, 2005; Hill et al., 2010).

Fattori metacognitivi
legati alla matematica



Stereotipi nella società,
convinzioni di insegnanti e genitori



Che cosa ci dice la ricerca?

Il divario di performance è inoltre condizionato fortemente anche dalle convinzioni e gli **atteggiamenti di insegnanti, genitori e studenti** nei confronti della matematica, spesso dettati anche da **stereotipi di genere** (e.g. Jacobs & Bleeker, 2004; Tomasetto, 2013) e da fattori metacognitivi strettamente legati alla matematica (OECD, 2015; Herbert & Stipek, 2005; Hill et al., 2010).

Una **minore fiducia nelle proprie abilità** in matematica porta inoltre le ragazze ad avere una maggiore *paura di sbagliare e prediligere quindi strategie risolutive ben note e già adottate in classe piuttosto che provare nuove strategie nella risoluzione di problemi* (e.g. Bell & Norwood, 2007).

SELF - EFFICACY

Fattori metacognitivi
legati alla matematica



Stereotipi nella società,
convinzioni di insegnanti e genitori



Che cosa ci dice la ricerca?

- Fattori strettamente legati al contesto classe come *curricola utilizzati, pratiche didattiche e valutative* possano avere un diverso impatto su maschi e femmine (Leder, 1992; Leder & Forgasz, 2008).

Fattori metacognitivi
legati alla matematica



Stereotipi nella società,
convinzioni di insegnanti e genitori



Che cosa ci dice la ricerca?

- Fattori strettamente legati al contesto classe come *curricola utilizzati, pratiche didattiche e valutative* possano avere un diverso impatto su maschi e femmine (Leder, 1992; Leder & Forgasz, 2008).
- Anche *fattori di natura micro-sociale* che possono instaurarsi nel contesto classe, possono essere alla base di differenze di genere in matematica: un **maggiore legame delle ragazze con le pratiche didattiche e con l'insegnante** possono ad esempio portare le ragazze a essere più influenzate da **misconcezioni** e effetti del **contratto didattico**.

Fattori metacognitivi
legati alla matematica



Stereotipi nella società,
convinzioni di insegnanti e genitori



Che cosa ci dice la ricerca?

A partire dall'analisi dei fattori che determinano questo gap, le ricerche sono ora volte anche a investigare **come poter intervenire efficacemente** sia in termini di *politiche educative* sia direttamente nelle *pratiche d'aula*, con la finalità di garantire alle studentesse le stesse possibilità degli studenti maschi nell'apprendimento nella matematica.

Che cosa ci dice la ricerca?

A partire dall'analisi dei fattori che determinano questo gap, le ricerche sono ora volte anche a investigare **come poter intervenire efficacemente** sia in termini di *politiche educative* sia direttamente nelle *pratiche d'aula*, con la finalità di garantire alle studentesse le stesse possibilità degli studenti maschi nell'apprendimento nella matematica.



I RISULTATI DELLE RILEVAZIONI SU LARGA SCALA

nei *report nazionali e internazionali* il gender gap è solitamente presentato come differenza di punteggio medio di maschi e femmine sull'intera prova

Che cosa ci dice la ricerca?

A partire dall'analisi dei fattori che determinano questo gap, le ricerche sono ora volte anche a investigare **come poter intervenire efficacemente** sia in termini di *politiche educative* sia direttamente nelle *pratiche d'aula*, con la finalità di garantire alle studentesse le stesse possibilità degli studenti maschi nell'apprendimento nella matematica.



I RISULTATI DELLE RILEVAZIONI SU LARGA SCALA

nei *report nazionali e internazionali* il gender gap è solitamente presentato come differenza di punteggio medio di maschi e femmine sull'intera prova

è necessario portare l'analisi delle differenze di genere da considerazioni generali legate al punteggio ottenuto su una intera prova, a considerazioni puntuali che possono emergere dall'analisi delle differenze sui singoli quesiti di una prova, anche in relazione a specifici contenuti, abilità e alla formulazione del quesito stesso (Leder e Lubiensky, 2015)



Che cosa ci dice la ricerca?

**Macro-fenomeni emersi in sede di
valutazione su larga-scala INVALSI**



Ricerca in didattica della matematica

Valutazioni su larga scala continentali o nazionali



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE



UNA GRANDE QUANTITÀ DI DATI

Queste rilevazioni, costruite con l'obiettivo di **valutare l'apprendimento della matematica a livello di sistema**, stanno avendo sempre più **implicazioni** dal punto di vista **educativo, didattico, storico-culturale, politico e di ricerca** sia a livello *locale* sia a livello *globale*.



Ricerca in didattica della matematica



Ogni quesito fa riferimento alle Indicazioni Ministeriali Curricolari

Riferimenti curriculari Scuola secondaria di secondo grado



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE,
DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

Indicazioni Nazionali per i Licei 2010



Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca

Schema di regolamento recante "Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali di cui all'articolo 10, comma 3, del decreto del Presidente della Repubblica 15 marzo 2010, n. 89, in relazione all'articolo 2, commi 1 e 3, del medesimo regolamento."

IL MINISTRO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA

https://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei_2010/indicazioni_nuovo_impaginato_decreto_indicazioni_nazionali.pdf

GLI ASSI CULTURALI

https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/all1_dm139new.pdf

ISTITUTI TECNICI

LINEE GUIDA PER IL PASSAGGIO AL NUOVO ORDINAMENTO

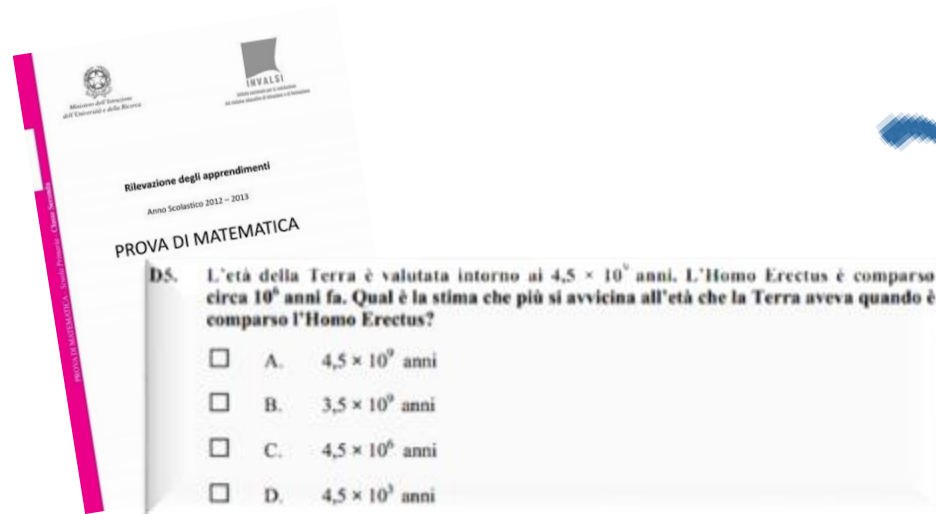
https://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_tecnici/INDIC/LINEE_GUIDA_TECNICI.pdf

Linee guida
per favorire e sostenere l'adozione
del nuovo assetto didattico
e organizzativo dei percorsi
di istruzione professionale

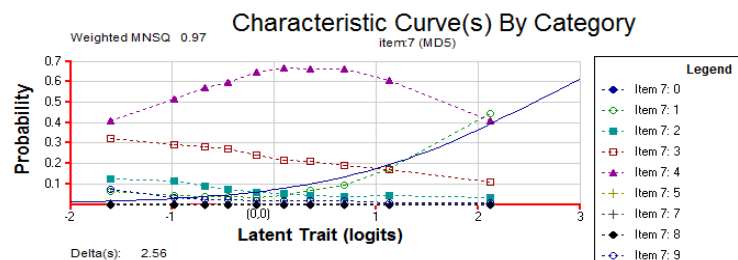
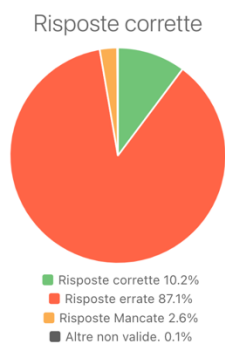
Atti del decreto interministeriale 24 maggio 2018, n. 82, Regolamento di cui all'articolo 1, comma 1, decreto legislativo 13 aprile 2017, n. 41)

<https://nuoviprofessionali.indire.it/wp-content/uploads/2019/10/Linee-guida PARTE-PRIMA-e-SECONDA.pdf>

Macro-fenomeni emersi in sede di valutazione standardizzata INVALSI



LENTI TEORICHE DELLA RICERCA IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA





QUANTIFICAZIONE, MISURAZIONE E ULTERIORE CARATTERIZZAZIONE DI FENOMENI DIDATTICI STUDIATI IN LETTERATURA

(case-study, campioni non rappresentativi, contesti socio-culturali diversi da quello italiano)



DELINEAZIONE DI NUOVI COSTRUTTI TEORICI

(the «Age of the Earth» effect, the «Mathematics overwrite» effect)

**Macro-fenomeni emersi in sede
di valutazione standardizzata INVALSI**



PROGETTAZIONE E IMPLEMENTAZIONE DI UN MODELLO PER LO SVILUPPO DELLA PROFESSIONALITÀ DOCENTE

(futuri insegnanti e insegnanti in servizio)

IDENTIFICAZIONE DI BISOGNI FORMATIVI DI INSEGNANTI DI MATEMATICA IN AMBITO VALUTATIVO

(insegnanti italiano in servizio)



Esempio di ricerca - database GESTINV

Gestinv 3.0

ARCHIVIO INTERATTIVO
DELLE PROVE INVALSI

Ambito dell'interesse di ricerca: disequazioni

Gradi scolastici: studenti scuole secondarie di secondo grado, Gr 10

ARCHIVIO PROVE INVALSI MATEMATICA 117 Federica Ferretti ▾

RICERCA GUIDATA

Grado uguale a

AND Perc. risposte corr...

AND Le parole chiave

AND Tipologia

RISULTATI DELLA RICERCA

Visualizza Elementi Filtro:

Prova	Anno	Grado	Nr.	Domanda	✓	✕	□	item
Mat - SNV	2013	10	19 - 0		45.3%	48.9%	5.7%	<input type="button" value="Mostra"/>
Mat - SNV	2015	10	02 - 0		37.7%	57.1%	5.2%	<input type="button" value="Mostra"/>

Vista da 1 a 2 di 2 elementi < 1 >

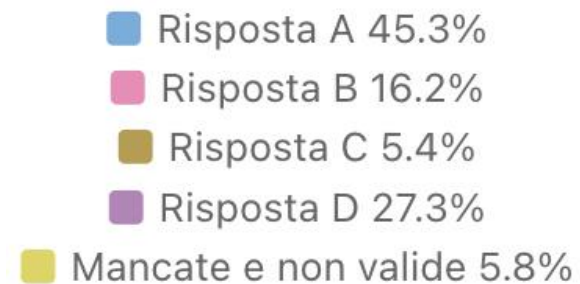
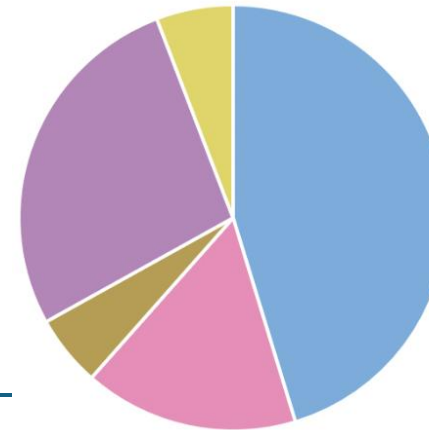
Prova	Anno	Grado	Nr.
Mat - SNV	2013	10	19 - 0
Mat - SNV	2015	10	02 - 0

D19. Nell'insieme dei numeri reali, la disequazione $x^2 > 0$ è verificata

- A. per ogni $x \neq 0$
- B. per ogni x
- C. solo per ogni $x < 0$
- D. solo per ogni $x > 0$

D19. Nell'insieme dei numeri reali, la disequazione $x^2 > 0$ è verificata

- A. per ogni $x \neq 0$
- B. per ogni x
- C. solo per ogni $x < 0$
- D. solo per ogni $x > 0$



Somministrato a *560.000 studenti* italiani e i risultati si riferiscono a un campione di *40.000 studenti*.

Prova	Anno	Grado	Nr.
Mat - SNV	2013	10	19 - 0
Mat - SNV	2015	10	02 - 0

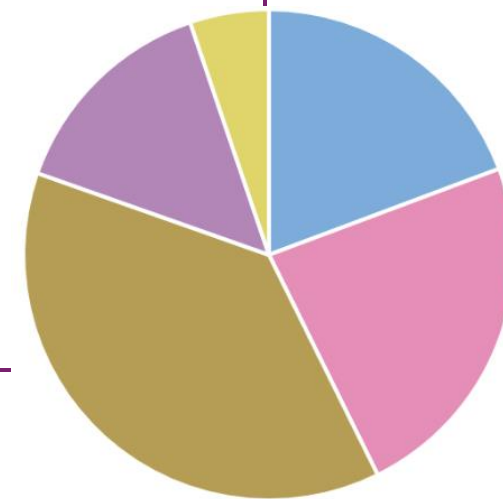
D2. Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $x^2 + 1 \geq 0$ è verificata

- A. solo per $x \geq 0$
- B. solo per $x \geq -1$
- C. per ogni x
- D. per nessun x

Prova	Anno	Grado	Nr.
Mat - SNV	2013	10	19 - 0
Mat - SNV	2015	10	02 - 0

D2. Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $x^2 + 1 \geq 0$ è verificata

- A. solo per $x \geq 0$
- B. solo per $x \geq -1$
- C. per ogni x
- D. per nessun x

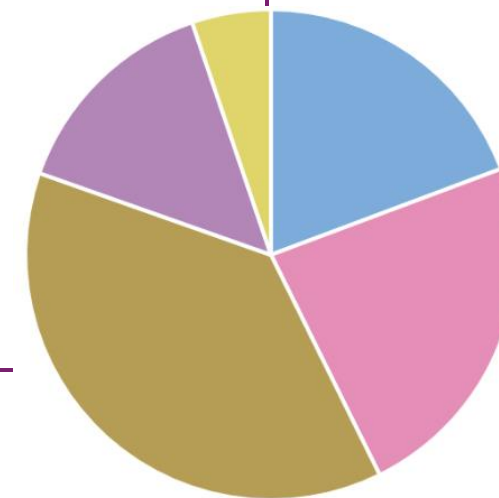


- Risposta A 19.3%
- Risposta B 23.4%
- Risposta C 37.7%
- Risposta D 14.4%
- Mancate e non valide 5.2%

Prova	Anno	Grado	Nr.
Mat - SNV	2013	10	19 - 0
Mat - SNV	2015	10	02 - 0

D2. Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $x^2 + 1 \geq 0$ è verificata

- A. solo per $x \geq 0$
- B. solo per $x \geq -1$
- C. per ogni x
- D. per nessun x



(Ferretti, Santi & Bolondi, 2022)

Ferretti, F., Santi, G. R. P., & Bolondi, G. (2022). Interpreting difficulties in the learning of algebraic inequalities, as an emerging macro-phenomenon in Large Scale Assessment. *Research in mathematics education*, 24(3), 367-389.

Esercizi sulle potenze

Semplifica le seguenti espressioni.

- 1 $(3^3)^3 : (3^3)^2 \cdot [(3^6)^2 : (3^3)^4]$
- 2 $\{[(2^3)^4 \cdot (2^2)^3] : (2^3)^3\} : (2^3 \cdot 2)^2$
- 3 $\{[(3^4)^5 : (3^5)^4] \cdot (3^4)^2\} : [3 \cdot (3^2)^3]$
- 4 $6^6 \cdot 4^6 : (3^2 \cdot 8^2) : 8^4$
- 5 $[2^6 \cdot 6^6 : (3^2 \cdot 4^2)] : 6^4$
- 6 $[(6^3 \cdot 2^3 : 4^3)] \cdot [(2^3)^3 : (2^2)^3] : 3^3$
- 7 $[(5^8 : 5^4)^2 \cdot (5^7 : 5^2)] : 5^{12} + 1^5$
- 8 $(4^4 - 4^3)^0 \cdot 4 + 4^3 : 4^2 - (5^3 : 5^2)$
- 9 $[(3^5 : 3^4) \cdot 3^2]^2 \cdot [(4^6 : 4^4) \cdot 4]^2 : (3^2 \cdot 4^2)^3$
- 10 $(2^5 : 4^2)^3 : 2^3 \cdot [(6^3 : 3^2) \cdot 2^5] : (2^2)^3 \cdot 2^0$

270 $a^4 : b^4 = (a : b)^4$; $a^4 : b^4 = (a^4 d) : (b^4 d)$; $a = 20, b = 5$; $a = 6, b = 2, d = 3$.

271 $c^3 \cdot c^2 \cdot c^2 = c^{12}$; $(a^2)^b = a^{2b}$; $c = 2$; $a = 2, b = 3$.

272 $(1 + a^4)b = b + a^4b$; $2a(b^2 - c) = 2ab^2 - 2ac$; $a = 2, b = 7$; $a = 9, b = 3, c = 6$.

273 $a^2b^2c^2 = (abc)^2$; $8a^3b^3 = (2ab)^3$; $a = 2, b = 3, c = 2$; $a = 3, b = 1$.

274 $10 - 3a = 4 - (3a - 6)$; $x(1 + x) = x + x^2$; $a = 3$; $x = 1$.

275 $(3a + 2b) : c = 3a : c + 2b : c$; $(2a)^b \cdot (2a)^c = (2a)^{b+c}$; $a = 4, b = 7, c = 2$; $a = 3, b = 2, c = 3$.

276 $20^a : 4^a = 5^a$; $5^a \cdot 5^a = 5^{a+a}$; $n = 2$; $x = 3, y = 2$.

277 $2(a^2 - 1) = 2a^2 - 2$; $3a : 3b = (3a : 3) : (3b : 3)$; $a = 12$; $a = 21, b = 7$.

278 $a - 10 = (a + 2) - 12$; $x : y = 6x : 6y$; $a = 15$; $x = 30, y = 5$.

279 $(2x)^3 : (2x)^2 = 2x$; $(a + x)x^2 = ax^2 + x^3$; $x = 3$; $a = 5, x = 2$.

Espressioni e proprietà delle potenze

Applicando le proprietà delle potenze, calcola il valore delle seguenti espressioni.

280 $2^3 : 2^4 + 2 \cdot 2^2 - 2^0$ [9] 284 $2^6 \cdot 3^5 : (18^4 : 3^4)$ [36]

281 $(3^4 : 3^3)^4 \cdot 3^3 : (3^2)^4$ [3] 285 $(2^2 \cdot 3^4)^4 : 6^4 : 3^4$ [16]

282 $4^2 \cdot 4^0 - 3^3 : 3^2 + 5^0$ [8] 286 $(3^5)^2 : (3^2)^3 - [(3^3)^2 : (3^2)^4]$ [9]

283 $5^3 : 5^1 \cdot 2^2 : 5^2$ [4] 287 $(2^3)^2 \cdot (2^2 \cdot 2^3)^3 : [(2^4)^3 \cdot (2^2)^3]$ [4]

288 $3^5 : (3^2)^2 - [(3^2)^3] : [(3^2)^2] \cdot (3^2)$ [27]

289 $(4^2 : 2^2)^3 \cdot 2^2 : (6^0 : 3^4)$ [4]

290 $(6^2 \cdot 6^0)^2 : 3^0 - (2^3)^2$ [0]

291 $[(3^2) \cdot (3)^3] : (3)^2 + [(2)^3 : (2)^2]^2 : (2^2)^2$ [28]

292 $[6^0 \cdot 4^0 : (3^2 \cdot 8^2)] : 8^0$ [81]

293 $(4^2 \cdot 2^1) : 2^2 - 5^2 : 5^1 + (2^1 \cdot 3^2)^3 : 6^3$ [17]

294 $(3^4 \cdot 2^1 \cdot 7^1) : (3^1 \cdot 2^1 \cdot 7^1) - 2^5 - [(3^2)^4]^2 : 3^8$ [11]

295 $7 \cdot 4 + (2^0 : 2^0)^0 - 25^2 : 5^2 + (7 \cdot 3 - 5 \cdot 4) \cdot (5^1 : 5^2)$ [9]

296 $15 \cdot [(12^2 : 3^5) : 2^2] - [(2^2)^2]^2 + 7 \cdot 3 - (20^4 : 5^4)^0 - 15^3 : 5^3$ [37]

297 $[(2^2)^3 : (2^2)^2] + [(3^4 \cdot 3^2)^3 : [(3^2)^3]^2] : (3^2 \cdot 3^0) - 6$ [11]

298 $\{[(2^2 + 2^2) : 2^2 - 3^0]^2 - 1\}^2 - [(8^2 : 4^2 - 1) : (3^3)^4 : (3^3)^2]^2$ [18]

299 $[(6^2 \cdot 6^0) : (6 \cdot 6^2)]^2 : (6^2)^2 - [(2^2 \cdot 8^2) : 16] \cdot 2$ [4]

Esercizi sulle potenze

Espressioni con le quattro operazioni e le potenze. Livello intermedio.

Completati di soluzione guidata.

Evaluating Expressions Involving Fractions – With solutions

1. $(1 - \frac{1}{2})^4 : \left[\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{6} - \frac{5}{14} \right) \cdot \left(5 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)^3 : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \right)^3 - \frac{1}{2} =$

[10]
soluzione

2. $(3 - \frac{1}{4}) : \left[\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \right)^2 \cdot \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{10} + \frac{7}{2} \right)^2 \right] : \frac{9}{2}$

[11]
soluzione

3. $\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{6} \right) : \frac{10}{8} \right) \right] : \left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^4 : \left(\frac{1}{2} \right)^3$

[13]
soluzione

4. $\left[\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} \right)^3 \cdot \left(\frac{8}{9} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right)^2 \cdot \frac{3}{16} \right] : \left(1 + \frac{1}{2} \right)^2$

[3]
soluzione

5. $\left[\left(\frac{15}{9} - \frac{1}{3} \right)^2 - \left(1 - \frac{1}{3} \right)^2 : \frac{3}{9} \right] : \left[\frac{16}{81} : \frac{16}{27} + \left(\frac{1}{9} \right)^2 \right] : \frac{2}{30} + \frac{4}{27}$

[2]
soluzione

6. $\left[\left(\frac{3}{4} \right)^3 : \left(\frac{3}{4} \right)^2 : \left(\frac{3}{4} \right) - \left(2 - \frac{2}{3} \right)^2 : \left(\frac{13}{6} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{21} \right) \right] : \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{13}{84} \right)$

[10]
soluzione

7. $\left\{ \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{10} : \left(\frac{2}{5} \right)^6 \right]^2 \cdot \left[\left(\frac{2}{5} \right)^8 : \left(\frac{2}{5} \right)^3 \right] \right\} : \left[\left(\frac{2}{5} \right)^{10} \cdot \frac{2}{5} \right]$

[4]
soluzione

8. $\left(\frac{2}{3} \right)^2 : \left(\frac{4}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{3} \right)^3 : \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^4 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{2}{3} \right)^5 : \left(\frac{2}{3} \right)^4 + \left(\frac{4}{3} \right)^3 : \left(\frac{4}{3} \right)^3 - \left(\frac{7}{2} \right)^0$

[1]
soluzione

9. $\frac{1}{2} + \left\{ \left[\left(1 + \frac{4}{3} \right)^4 \cdot \left(1 - \frac{2}{7} \right)^4 \right]^2 \right\}^6 : \left\{ \left[\left(3 + \frac{2}{3} \right)^8 : \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{10} \right)^8 \right]^3 \right\}$

[3]
soluzione

10. $\left\{ \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{2 \cdot 7^3} \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{3 \cdot 7^3} \right] : \left[\left(\frac{1}{2} \right)^{3 \cdot 7^4} \right]^3 \right\} : \left[\left(\frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{7^2} \right]$

[1]
soluzione

11. $\left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 : \frac{5}{4} + \frac{9}{5} \cdot \left(2 - \frac{4}{3} \right)^2 - \left(2 - \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{1}{7} - \left(1 - \frac{1}{2} \right)^3 : \frac{5}{8}$

[11]
soluzione

Semplifica le seguenti espressioni.

84 $(-3a^2b^2)^2 + \frac{1}{2}ab(-3ab)^3$

$\left[-\frac{9}{2}a^4b^4 \right]$

85 $a^2b^2 + \frac{3}{5}a^2b \left(-\frac{2}{3}b + b - \frac{7}{6}b \right)$

$\left[\frac{1}{2}a^2b^2 \right]$

86 $\left(3ab + \frac{5}{6}ab + \frac{1}{3}ab \right) : (25a) - \frac{1}{2}b$

$\left[-\frac{1}{3}b \right]$

87 $(-2a^2b^2 + 5a^2b^2 - 6a^2b^2) : \left(-\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{6}a^2b \right)$

[9b]

88 $(-2b)^4 : b^2 - \frac{7}{4}a^2b^4 : \left(-\frac{1}{2}ab \right)^2$

[9b^2]

89 $4ab : (-4ab) + (-2a^2b)^3 : (-2ab)^2 + 1$

[-2a^4b]

90 $\left(-\frac{2}{3}a^2 \right)^2 : \left(-\frac{2}{3}a \right)^3 + \frac{4}{3}a^3b^2 : \left(-\frac{1}{3}ab \right)^2$

$\left[\frac{21}{2}a \right]$

91 $\frac{3}{4}ax^2 \left(\frac{5}{2}a - \frac{7}{6}a \right) - \left(a^2x - \frac{2}{5}a^2x \right) \left(-\frac{2}{3}x + x - \frac{7}{6}x \right)$

$\left[\frac{3}{2}a^2x^2 \right]$

92 $\left(-\frac{4}{9}a^4b^4 + \frac{1}{9}a^4b^4 \right) \cdot \left(\frac{4}{9}a^4b^4 - \frac{1}{9}a^4b^4 \right) \cdot \left(\frac{4}{9}a^4b^4 + \frac{1}{9}a^4b^4 \right)$

$\left[-\frac{15}{26}a^4b^4 \right]$

Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

28 $[(-12)^6 : (4)^6]^4 : (-3)^{21}$

[-27]

34 $\{[2^3 \cdot (10 - 8)^2] : (6 - 4)^3\} : (-2)$

[-2]

29 $[(-16)^4 : 8^4]^6 : (-2)^{22}$

[4]

35 $\{[(-4)^3]^2 : [(-4)^2]^3\}^0 - \{[(-6)^3 : (-3)^3]\}^3$

[-7]

30 $[21^4 : (-7)^4]^3 : (-3)^9$

[-27]

36 $[(-4)^2]^3 \cdot [(-4)^2]^2 : (-4)^2$

[16]

31 $\{[(6^4)^3 : (6^4)^2 \cdot 6^4]^0$

[1]

37 $[(-2)^3 \cdot (-2)^2 : (-2)^4]^3 - (3^2 - 3 - 1)$

[-13]

32 $(4^3 : 4^2)^2 - (-3)^3 : (-1 - 2)^2$

[19]

38 $(6 + 2)^3 : 4^3 - (-2 - 1)^3 : (-3)$

[-1]

33 $(-3^2)^4 : [(-12 : 4)^2 \cdot (-3)^4] - 3^0$

[8]

39 $(4 - 5)^3 - [(-3)^2 \cdot (-2)^2 : 18]^4 : (4 - 2)^3$

[-3]

40 $[(18 - 7 \cdot 2)^3 : 4^2]^3 : (-3 - 1)^2 - 1$

[3]

41 $(2^3 : 2^2) \cdot (-5 - 5 \cdot 3 + 13 + 3) + (2^2 \cdot 3^2) : (-6)^2$

[-7]

42 $[(-4)^4 \cdot (-4)^3 : (-4)^6]^2 - (2^3 - 2^2 - 9) \cdot (4^4 : 4^2 - 20)$

[-4]

Tutti i contenuti, ove non diversamente indicato, sono coperti da licenza Creative Commons Attribution-Non commercial-Non opere derivate 3.0 Italia License: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> (Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0) La riproduzione di tutto o parte dei contenuti potranno avvenire solo senza alcun scopo di lucro e dovranno riportare l'attribuzione all'autore ed un link a UoMMath e/o a quella dell'autore originale.

La presenza di *esercizi* nei libri di testo

Il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado, in tutti i suoi indirizzi, ha per la matematica una protagonista indiscussa: l'algebra. Anche se le Indicazioni Nazionali per i Licei e le Linee Guida per l'istruzione Tecnica e Professionale hanno messo in evidenza la ricchezza di contenuti e di relazioni tra i diversi ambiti previsti dal curriculum di matematica di questi due anni, non c'è dubbio che nella pratica, nei libri di testo, nelle verifiche interne l'esercizio di algebra sia una delle attività che impegnano più tempo del docente e degli allievi. **Solo per fare un esempio, uno dei libri di testo più diffusi in Italia propone, nel solo modulo sul calcolo letterale, oltre 2000 esercizi.**

Bolondi, G., Ferretti, F. (2019). L'algebra tra virtuosismi didattici e perdita di senso. *Nuova Secondaria*, 3,(2019), pp.73-76. ISSN 1828-4582

D24. L'espressione $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ si può scrivere come:

A. $a^2 + \frac{1}{a^2} - 2$ ■ Risposta A 34.3%

B. $\frac{a^4 + 1}{a^2}$ ■ Risposta B 8.9%

C. $a^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2$ ■ Risposta C 32%

D. $\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2}$ ■ Risposta D 22.3%

■ Risposte corrette 34.3% ■ Risposte errate 63.2%
■ Risposte Mancate 2.6%

E11. La decima parte di 10^{20} è

- A. 10^{10} ■ Risposta A 30.9%
- B. 1^{20} ■ Risposta B 25%
- C. 100 ■ Risposta C 15%
- D. 10^{19} ■ Risposta D 26.2%

■ Risposte corrette 26.2% ■ Risposte errate 70.9%

■ Risposte Mancate 2.8% ■ Altre non valide. 0.1%



Q.3 Qual è la terza parte del numero $\left(\frac{1}{3}\right)^{30}$?

A. $\left(\frac{1}{9}\right)^{10}$

B. $\left(\frac{1}{3}\right)^{31}$

C. $\left(\frac{1}{9}\right)^{30}$

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ **48,1%**

Solo ¼ degli studenti (al termine della scuola secondaria di secondo grado o al primo anno di università) fornisce la risposta corretta.

Answer A	Answer B	Answer C	Answer D
13.7%	25.9%	12.3 %	48.1%

Ferretti, F., & Gambini, A. (2017). A vertical analysis of difficulties in mathematics by secondary school to level; some evidences stems from standardized assessment. Proceedings of the 10th Conference of European Research in Mathematics Education, Dublin (Ireland).

D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

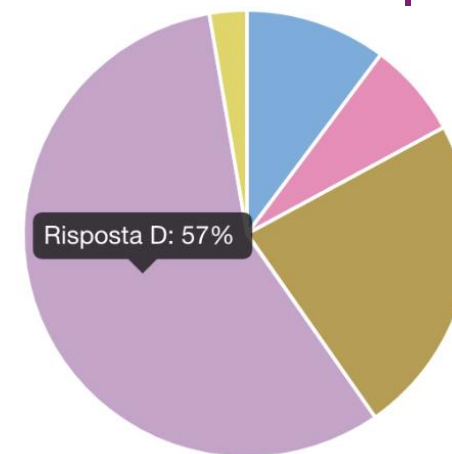
- A. $4,5 \times 10^9$ anni
- B. $3,5 \times 10^9$ anni
- C. $4,5 \times 10^6$ anni
- D. $4,5 \times 10^3$ anni

Qual è la risposta corretta?
Qual è la risposta sbagliata più scelta? Perché?

Percentuale di risposte
corrette in Italia: 10.21%

D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

- A. $4,5 \times 10^9$ anni
- B. $3,5 \times 10^9$ anni
- C. $4,5 \times 10^6$ anni
- D. $4,5 \times 10^3$ anni



Risposta A 10.2%

Risposta B 6.9%

Risposta C 23.2%

Risposta D 57%

Mancate e non valide 2.7%

In modo censuario sul territorio nazionale (600 mila studenti)

Campione rappresentativo di 43 ` 458 studenti

D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

A. $4,5 \times 10^9$ anni

B. $3,5 \times 10^9$ anni

C. $4,5 \times 10^6$ anni

60% D. $4,5 \times 10^3$ anni

$$9 - 6 = 3$$

D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?

A. $4,5 \times 10^9$ anni

B. $3,5 \times 10^9$ anni

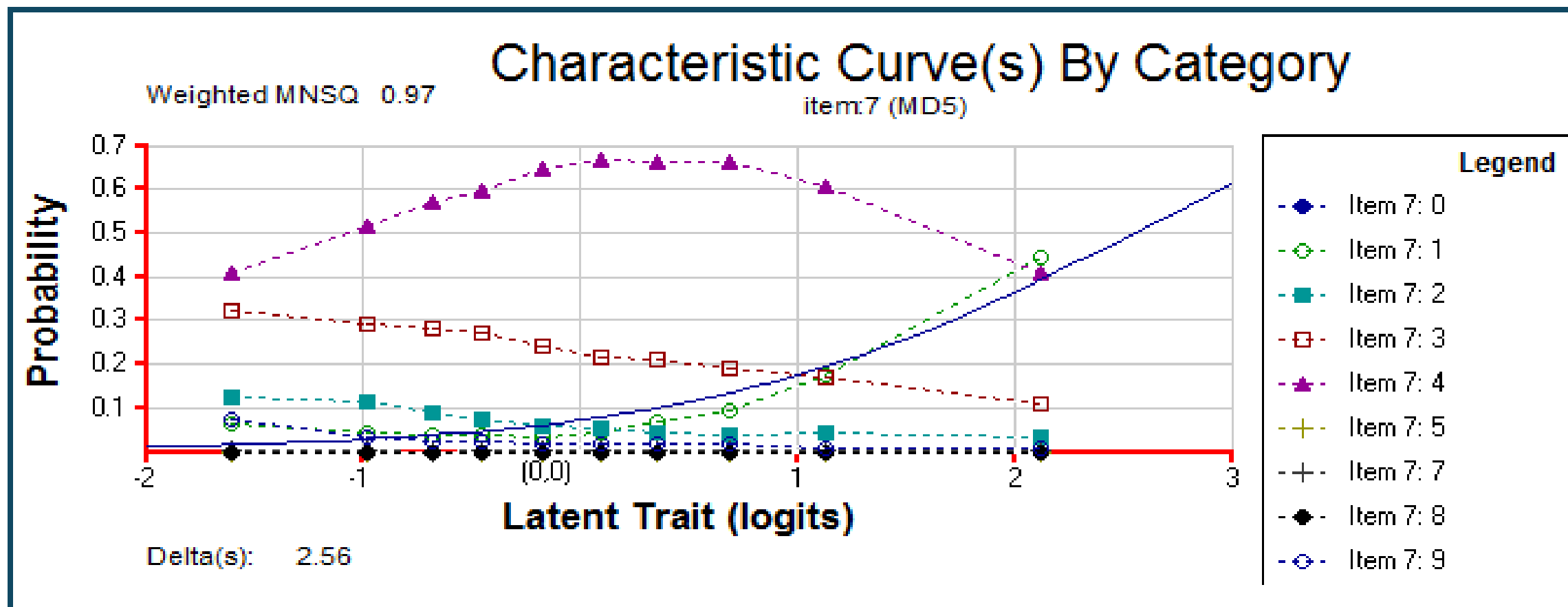
C. $4,5 \times 10^6$ anni

60% D. $4,5 \times 10^3$ anni

$$9 - 6 = 3$$

Contratto didattico
Clausola di delega formale

Dal punto di vista misuratorio



Ricerche in ambito della Didattica della Matematica

D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

- A. $2a^{75}$
- B. a^{75}
- C. $a^{37}(a+1)$
- D. $a^{37 \cdot 38}$

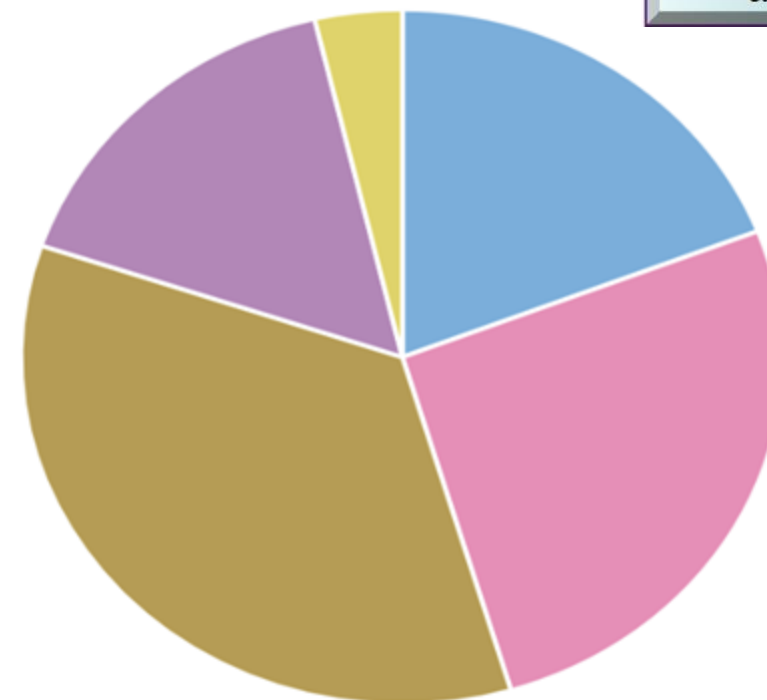


INVALSI

PROVA Grado 10
a.s. 2011/12

D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

- A. $2a^{75}$
- B. a^{75}
- C. $a^{37}(a+1)$
- D. $a^{37 \cdot 38}$

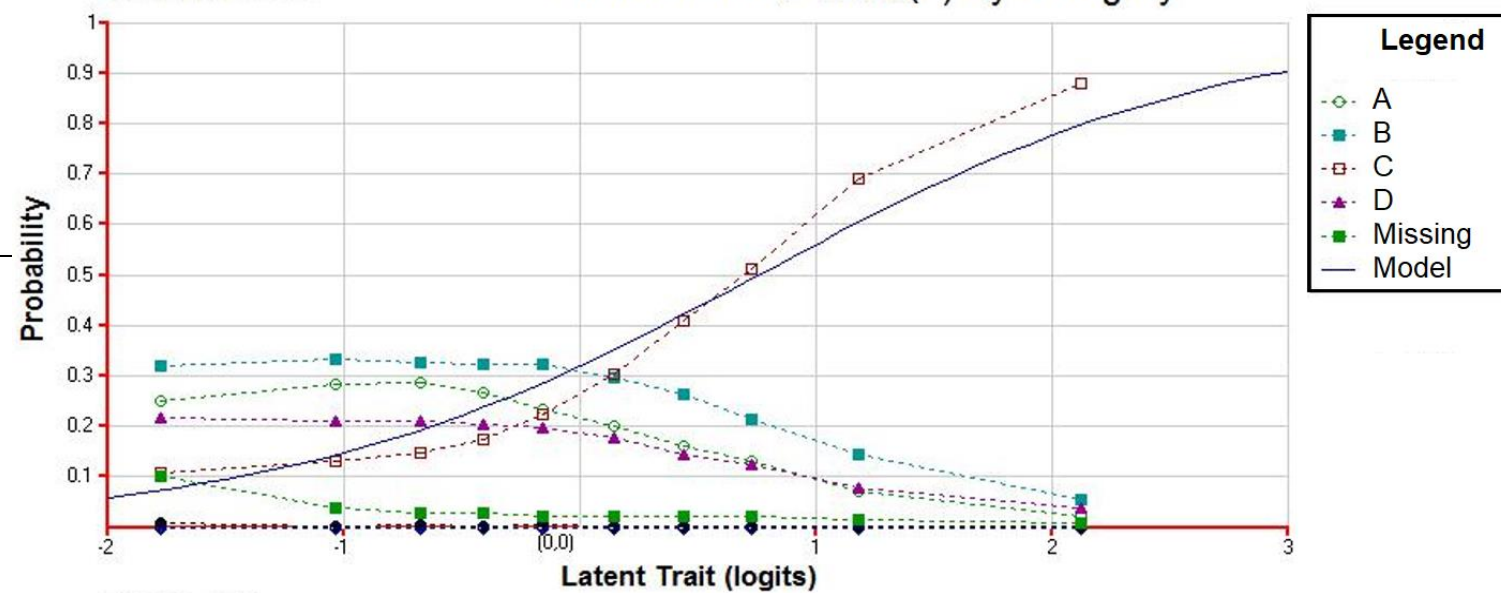


■ Risposta A 19.1% ■ Risposta B 26.3%
■ Risposta C 34.8% ■ Risposta D 16.1%
■ Mancate e non valide 3.7%

D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

- A. $2a^{75}$
- B. a^{75}
- C. $a^{37}(a+1)$
- D. $a^{37 \cdot 38}$

Characteristic Curve(s) By Category



D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

- A. $2a^{75}$
- B. a^{75}
- C. $a^{37}(a+1)$
- D. $a^{37 \cdot 38}$

	MASCHI	FEMMINE	Totale
A	19%	20%	19%
B	27%	26%	26%
C (corretta)	38%	31%	35%
D	14%	19%	16%
M	3%	3%	3%

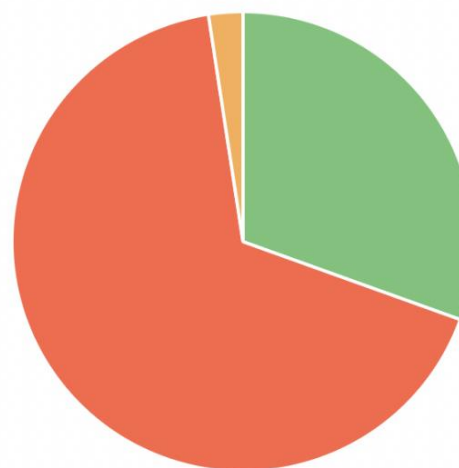
D21. L'espressione $a^{43} + a^{44}$ è uguale a

- A. $a^{44 \cdot 43}$
B. $a^{43} \cdot (a+1)$
C. a^{87}
D. $2a^{87}$

INVALSI

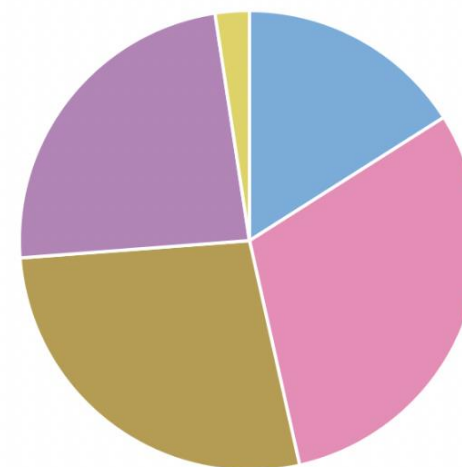
Grado 10
2014/15

Risposte corrette



■ Risposte corrette 30.5%
■ Risposte errate 67.1%
■ Risposte Mancate 2.4%

Domande a risposta multipla



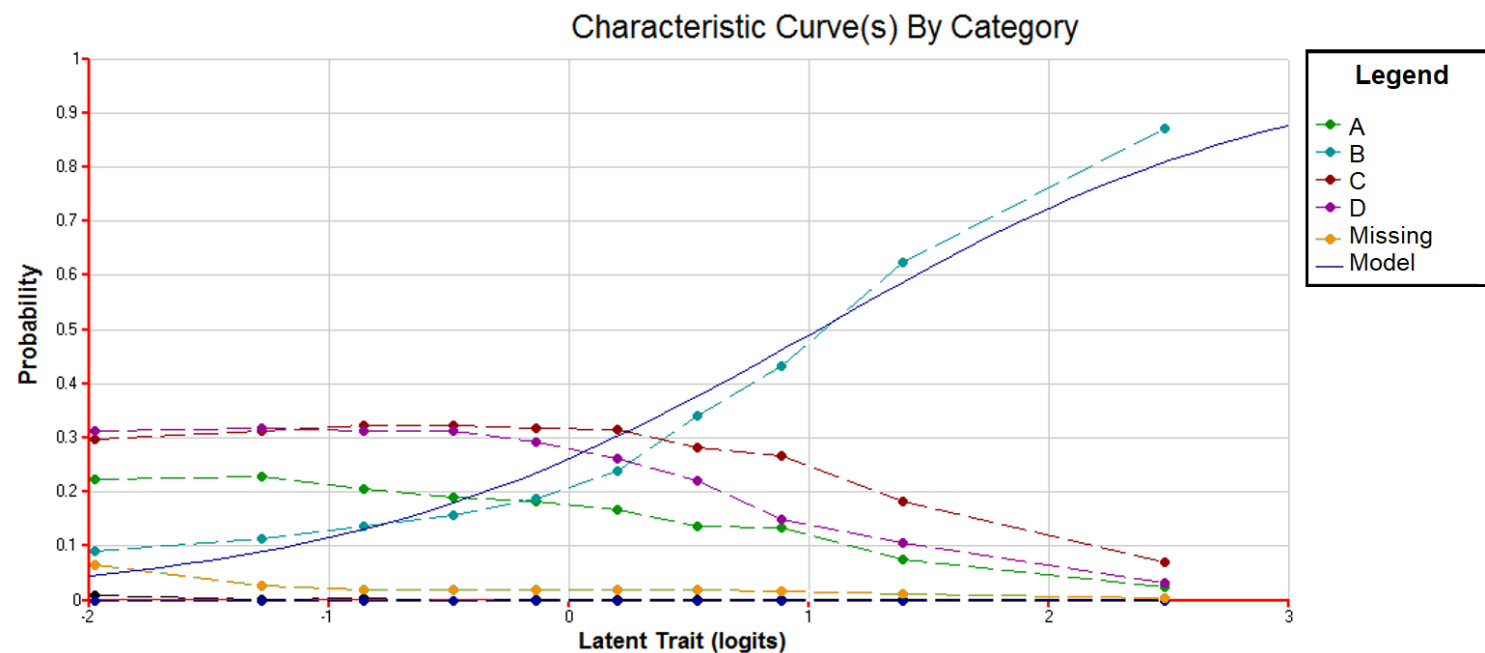
■ Risposta A 16%
■ Risposta B 30.5%
■ Risposta C 27.3%
■ Risposta D 23.8%
■ Mancate e non valide 2.4%

D21. L'espressione $a^{43} + a^{44}$ è uguale a

- A. $a^{44 \cdot 43}$
B. $a^{43} \cdot (a+1)$
C. a^{87}
D. $2a^{87}$



Grado 10
2014/15



D21. L'espressione $a^{43} + a^{44}$ è uguale a

- A. $a^{44 \cdot 43}$
B. $a^{43} \cdot (a+1)$
C. a^{87}
D. $2a^{87}$



	MASCHI	FEMMINE	Totale
A	14%	18%	16%
B (corretta)	35%	26%	30%
C	27%	28%	27%
D	22%	26%	24%
M	2%	2%	2%

D21. L'espressione $a^{37} + a^{38}$ è uguale a

A. $2a^{75}$

B. a^{75}

C. $a^{37}(a+1)$

D. $a^{37 \cdot 38}$

Studenti nel campione: 41 812
 Discrimination: 0.50 Weighted MNSQ: 0.93
 Item Delta(s): 0.76

	MASCHI	FEMMINE	Totale
A	19%	20%	19%
B	27%	26%	26%
C (corretta)	38%	31%	35%
D	14%	19%	16%
M	3%	3%	3%

D21. L'espressione $a^{43} + a^{44}$ è uguale a

A. $a^{44 \cdot 43}$

B. $a^{43} \cdot (a+1)$

C. a^{87}

D. $2a^{87}$

Studenti nel campione: 27 207
 Discrimination: 0.48 Weighted MNSQ: 0.98
 Item Delta(s): 1.04

	MASCHI	FEMMINE	Totale
A	14%	18%	16%
B (corretta)	35%	26%	30%
C	27%	28%	27%
D	22%	26%	24%
M	2%	2%	2%

CONTRATTO DIDATTICO
Brousseau



INTERVISTE (Studenti scuola secondaria di secondo grado – GR10 e GR11)

Diversi studenti infatti hanno affermato che quando vedono due potenze con la stessa base, pensano di dover applicare una «proprietà delle potenze» e le ragioni di questo comportamento sono da ricercare nelle pratiche didattiche

S1: Io avevo in mente le regole delle potenze, mi sono un po' confuso. Alla C non avevo neanche pensato.

S1: Penso alle regole. Penso ci sarà qualcosa con le regole!

I: Come mai?

S1: non so, negli esercizi facciamo sempre così

INTERVISTE

S3: Perché per me si fanno molti esercizi soprattutto sulle proprietà delle potenze, in prima, quindi uno ormai l'ha come immagazzinato come ragionamento. È normale forse dal nostro punto di vista fare la somma o la moltiplicazione.

S4: Penso come lei: abbiamo fatto tanti di quegli esercizi che quando vediamo due potenze con lo stesso esponente ci viene automatico fare così. È come quando vediamo un falso quadrato nelle scomposizioni e a noi viene automatico di fare come se lo fosse anche se in realtà non è così.



Finanziato
dall'Unione europea
NextGenerationEU



Ministero
dell'Università
e della Ricerca



Italiadomani
PIANO NAZIONALE
DI RIPRESA E RESILIENZA



Università
degli Studi
di Ferrara

Mathematics standardized assessment as a tool for teachers' professional development

P.I. Federica Ferretti – Università di Ferrara

Camilla Spagnolo – Ricercatrice sul progetto (UNIFE)

Stefania Pozio (INVALSI)

Matteo Viale (UNIBO)

CO-P.I. Carlotta Soldano – Università di Torino

Cristina Sabena - UNITO

Giorgio Bolondi – Libera Università di Bolzano

Miglena Asenova (UNIBZ)

Sara Bagossi (UNIBZ)

Francesca Martignone – Università del Piemonte Orientale

Alessandro Gambini (Sapienza Università di Roma)



Questionario

SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO



<https://forms.gle/TKkEJr7Njnn8Dn1RA>

- Bell, K. N., & Norwood, K. (2007). Gender equity intersects with mathematics and technology: Problem-solving education for changing times. In D. Sadker & E. S. Silber (Eds.), *Gender in the classroom* (pp. 225-258). Mahwah: LEA.
- Bolondi, G., Ferretti, F., Giberti, C. (2018). Didactic contract as a key to interpreting gender differences in maths. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies*, 18, 415-435.
- Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie otologie rinologie*, 3, 107-131.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- D'Amore B., Fandiño, M. I., Marazzani I., & Sarrazy B. (2010). *Didattica della matematica alcuni effetti del "contratto"*. Bologna, Italy: Archetipolibri.
- EMS-EC (Education Committee of the EMS) (2012). What are the Reciprocal Expectations between Teacher and Students? Solid Findings in Mathematics Education on Didactical Contract. *Newsletter of the European Mathematical Society*, 84, 53-55.
- Ferretti, F., & Bolondi, G. (2021). *This cannot be the result! The didactic phenomenon "the Age of the Earth"*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.
- Ferretti, F., Giberti, C., & Lemmo, A. (2018). The Didactic Contract to Interpret Some Statistical Evidence in Mathematics Standardized Assessment Tests. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14 (7), 2895-2906.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/90988>
- Giberti, C. (2018). Differenze di genere e misconcezioni nell'operare con le percentuali: evidenze dalle prove INVALSI. *CADMO*, 2018 (2), 97-114.
- Giberti, C. (2019). Differenze di genere in matematica: dagli studi internazionali alla situazione italiana. *Didattica della matematica. Dalle ricerche alle pratiche d'aula*, 2019 (5), 9 – 26.
- Guiso, L., Monte, F., Sapienza, P., & Zingales, L. (2008). Culture, gender, and math. *SCIENCE-NEWYORK THEN WASHINGTON*, 320(5880), 1164.
- González de San Román, A., & De La Rica, S. (2012). Gender gaps in PISA test scores: The impact of social norms and the mother's transmission of role attitudes. *Estudios de Economía Aplicada*, 34(1).
- Herbert, J., & Stipek, D. (2005). The emergence of gender differences in children's perceptions of their academic competence. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 26(3), 276-295.
- Hill, C., Corbett, C., & Rose, A. (2010). *Why So Few? Women in Science, Technology, Engineering, and Mathematics*. Washington: American Association of University Women.
- INVALSI & SNV, (2011). *Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2010-2011. Le rilevazioni degli apprendimenti*. Frascati: INVALSI. http://www.invalsi.it/snv1011/documenti/Rapporto_SNV%202010-11_e_Prova_nazionale_2011.pdf
- INVALSI & SNV, (2012). *Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2011-2012. Quadro di sistema*. Frascati: INVALSI. http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Rapporti/Rapporto_rilevazione_apprendimenti_2012.pdf
- INVALSI & SNV, (2015a). *Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2014-2015. Rapporto tecnico*. Frascati: INVALSI. https://www.invalsi.it/invalsi/doc_evidenza/2015/024_Rapporto_tecnici_2015.pdf
- Jacobs, J. E., & Bleeker, M. M. (2004). Girls' and boys' developing interests in math and science: Do parents matter?. *New directions for child and adolescent development*, 2004(106), 5-21.
- Leder, G. C. (1992). Mathematics and gender: Changing perspectives. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 597-622). New York: Macmillan.
- Leder, G., & Forgasz, H. (2008). Mathematics education: new perspectives on gender. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(4), 513-518.
- Leder, G., & Lubienski, S. (2015). Large-Scale Test Data: Making the Invisible Visible. In *Diversity in Math Education*, 17-40. Cham: Springer.

GRAZIE PER L'ATTENZIONE!

federica.ferretti@unife.it