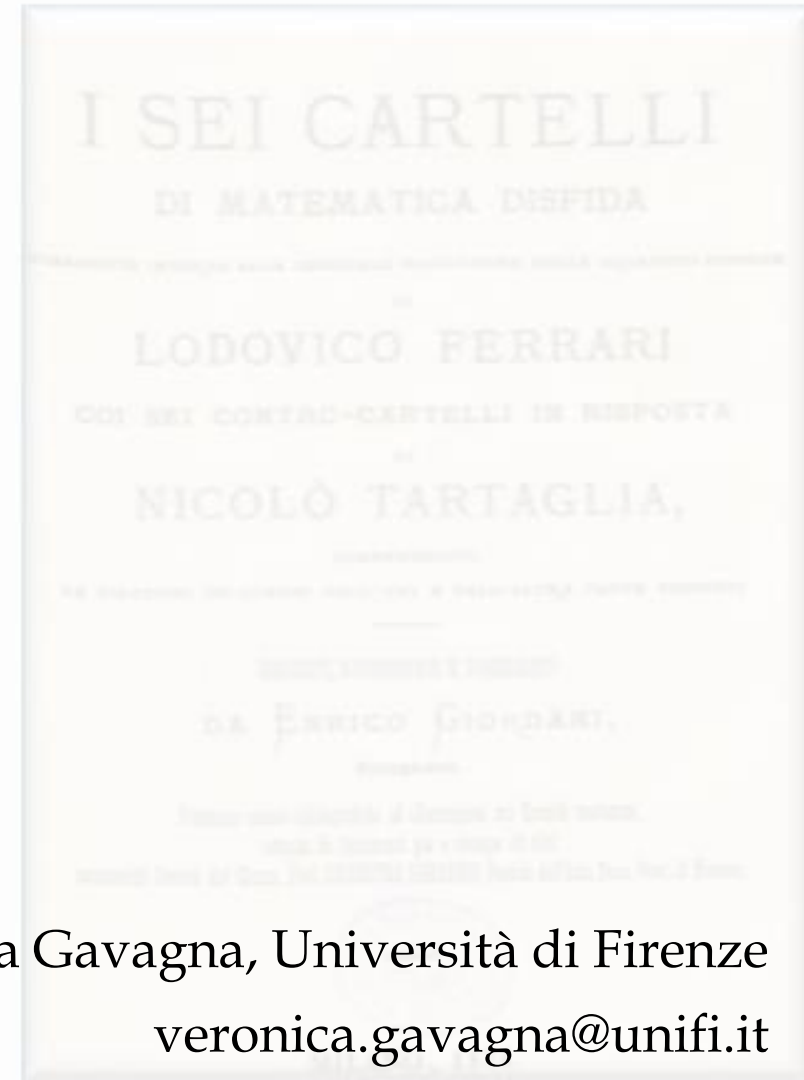


Di disfide, di righe e di compassi



Milano, 29 gennaio 2025



Veronica Gavagna, Università di Firenze
veronica.gavagna@unifi.it

1546 Tartaglia pubblica i *Quesiti et inventioni diverse*: nell'ultimo capitolo pubblica la corrispondenza tra lui e Cardano per mostrare la scorrettezza del matematico milanese nei suoi confronti

LIBRO NONO DELL
 QUESITI, ET INVENTIONI DIVERSE,
 DE NICOLO TARTAGLIA.

Sopra la scientia Arithmetica, Geometrica, & in la Pratica Speculatiua
 de Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta Regola de
 la cosa, ouer Arte maggiore, & massime della
 inuentione de Capitoli de Cosa, e Cubo
 equal à numero, & altri suoi
 ederenti, et dependenti,
 Et smelmente de cens, e cubi equal à numero, & suoi
 dependenti, quali dalli Sapienti sono stati
 giudicati impossibili.

Quando chel cubo con le cose appresso
 Se agguaglia à qualche numero discreto
 Trouan dui altri differenti in esso.
 Dapoi terrai questo per consueto
 Che'l lor prodotto sempre sia eguale
 Al terzo cubo delle cose neto,
 El residuo poi suo generale
 Delli lor lati cubi ben sottratti
 Varrà la tua cosa principale.
 In el secondo de cotesi atti
 Quando che'l cubo restasse lui solo
 Tu offeruarai quest' altri contratti,
 Del numer farai due tal parti' à uolo
 Che l'una in l'altra si produca schietto
 El terzo cubo delle cose in stolo
 Delle qual poi, per commun precetto
 Torrai li lati cubi insieme giointi
 Et cotal somma sarà il tuo concetto.
 El terzo poi de questi nostri conti
 Se solue col secondo se ben guardi
 Che per natura son quasi congiointi.
 Questi trouai, & non con passi tardi
 Nel mille cinquecenté, quatroé trenta
 Con fundamenti ben sald'è gagliardi
 Nella città dal mar' intorno centa.

Q V E S I T I E T I N V E N
 T I O N I D I V E R S E
 DE NICOLO TARTAGLIA,
 DI NOVO RESTAMPATI CON VNA
 GIONTA AL SBSTO LIBRO, NELLA
 quale si mostra duoi modi di redur una Città inespugnabile.
 LA DIVISIONE ET CONTINENTIA DI TVTTA
 l'opra nel seguente foglio si trouara notata.
 CON PRIVILEGIO



APPRESSO DE L'AVITTORE
 M D L I I I.

10 febbraio 1547:

scende in campo Ludovico Ferrari (1522-1565)

Messer Nicolò Tartalea, mi è peruenuto alle mani vn vostro libro, intitolato *Questi & inuentioni nuoue*, nell'ultimo trattato del quale, facendo voi mentione dell' Eccellente Signor Hieronimo Cardano medico Melanese, il qual è hora publico Lettor di medicina in Pavia, voi non vi vergognate di dir, che egli è ignorante nelle mathematiche, huomo molto tondo, degno che gli fosse anteposto Messer Giouan da Coi, & lo chiamate pouerello, huomo che tien poco sugo, & di poco discorso, con altre simili parole ingiuriose, le quali per tedio lascio da parte: *... sitioni di dar a vedere a oli*

Nato a Bologna, ma di famiglia milanese, nel 1536 venne accolto nella casa di Cardano. Forse dal 1540, ma sicuramente dal 1544 ricevette l'incarico di leggere pubblicamente *Euclide* e la *Sfera* (del Sacrobosco)

568



V I T A
LVDOVICI FERRARII
BONONIENSIS.

A H. CARDANO DESCRIPTA.



VDOVICI Ferrarij auus, Bartholomæus Ferrarius Mediolanensis fuit, qui exul factus Bononiam se contulit, duosque filios genuit, Vincentium & Alexandrum. Ex Alexandro ortus est Ludouicus; cumque pater occisus esset, in patris domum se con-


primi mathematici. Il perche, come l' Homeromastix sperauate di acquistarui per tal via honorata fama. Il qual desiderio è buono, quando sia congiunto con prop biasmare altrui. Pertanto, io non sola verità, ma anchor perche questo tocate, che sono creato suo, essendo sua Ecgrado che tiene, ho deliberato far publico il vostro inganno, ouer (come piu tosto pignerà. Non col renderui il contracambio dei far, non con fittioni (come voi) ma l

Ma piu largamente, mi offerisco in Geometria, Arithmetica, & in tutte le discipline che da esse dependono, come è Astrologia, Musica, Cosmographia, Prospettiva, Architettura, & altre, a disputar in luogo egualmente commodo, dinanzi à giudici idonei, pubblicamente con voi: accettando di disputar, non solamente sopra quanti authori greci, latini, & volgari hanno scritto in tali facultà, ma anchora sopra le vostre nuoue inuentioni, le quali tanto vi diletmano, purchè anchor voi similmente. accettiate le mie. Et questo propongo per farui conoscer, che indegnamente & falsamente hauete detto & scritto ciò che ritorna in biasimo del antedetto Signor Hieronimo: il quale à pena sete degno di nominare: & che sete piu lontano che forse non vi credete da quel segno, al qual vi presumete di esser peruenuto.

no, il quale nomino così spesso con gran riverenza. Et accio
che non vi rincresca fatica o spesa mi offerisco, di giucar,
et deporre quanti danari vorrete deporre anchor voi, in-
fino alla somma di + 200. scudi, accio che il vincitor
acquisti l'honore, non con danno suo, ma piuttosto con avan-
taggio. Et à fine che questo mio invito non vi paia trop-
po privato, ho mandato vna copia della presente scrit-
tura infra scritti, i quali tutti si

Segue lista di cinquanta destinatari

<https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/2706803>

I SEI CARTELLI
DI MATEMATICA DISFIDA
PRIMAMENTE INTORNO ALLA GENERALE RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI CUBICHE
DI
LODOVICO FERRARI
COI SEI CONTRO-CARTELLI IN RISPOSTA
DI
NICOLÒ TARTAGLIA,
COMPREDENTI
LE SOLUZIONI DE' QUESITI DALL'UNA E DALL'ALTRA PARTE PROPOSTI
RACCOLTI, AUTOGRAFATI E PUBBLICATI
DA ENRICO GIORDANI,
Bolognese.
Premessa notizia bibliografica ed illustrazioni sui Cartelli medesimi,
estratte da documenti già a stampa ed altri
manoscritti favoriti dal Comm. Prof. SILVESTRO GHERARDI, Preside dell'Istit. Tecn. Prov. di Firenze.

MILANO, 1876.

4.
dilettano, et fanno delle mathematiche, oltra non poche altre,
le quali sono sparse in diuersi luoghi d'Italia, et in diuerse
prouincie. Notificandoui, che io aspetterò la risposta fra + 30.
giorni dopo la appresentatione di questa: La qual non ve-
nendo resoluta, lascerò far giudicio al mondo della qualità
vostra: Riseruandomi ragione anchor, di proceder piu avan-
ti, se così mi parrà di fare. Data in Melano alli. 10.
di Febraro. 1547.

RISPOSTA DATA DA NICOLÒ TARTALEA
Brisciano delle Mathematiche Professore
in Venetia.

A Messer Ludouico Ferraro delle dette Mathematiche Lettor
Publico in Melano, d'vna sua rechiesta, ouer Car-
tello de disputa a lui mandata l'Anno
1547. del Mese di Febraro
in Venetia.



Et io ve rispondo che cosi non piace di procedere a me, cioe chel non mi
piace (per al presente) de rispondere a voi suo creato ma solamēte a lui, per
che io non ho d'affare cosa alcuna con voi, ma si con lui.

Hor per venire alla conclusionē replico & dico che alegramente accetto
la vostra larga oblatione con voi insieme con lui, ma non gia con la detta cō-
ditione, anzi voglio esser libero, e franco di poter proporui in tal disputa
quello che a me parera, nelle dette discipline, ouer dependente, o sia sopra
ad alcun Autore, o fuora de cadaun Autore, anzi vi affermo che molto mi

Ferrari a Tartaglia
1° aprile 1547

LVDOVICVS FERRARIVS
NICOLAO TARTALEAE.

Etus est illa stoicorum, & a Zenone usque deducta opinio, v
sapientem semper sibi similem, atque constantem esse, &
nunquam mutare sententiam. Quam opinionem, ut nimis
austeram, priuatisq; & publicis rebus inutilem, grauissimi, ac sapientissi-
mi philosophi Plato, & Aristoteles eiecerunt. Arbitrati id, quod vsus
& vita communis confirmare videntur, tempori, mutationiq; rerum esse
inseruiendum, & sapienti licere de priori decedere sententia, cum alia vi-
cisset melior. Idcirco, quamuis ego non ignorarem doctissimos quosq;, quo-
rum vestigijs insistere semper laudabile duxi, si qua orta esset inter eos con-
tentio, solitos latinè inter se scribere, tamen mutavi consilium: & quod in
superiori mea epistola mihi recensenda essent intolerabilia illa probra, a te
in Cardanum vulgari lingua ingesta, quæ sic dicta, nescio quam significa-
tionem, & maledicentiæ virus habent, quod vix latinè exprimi possit, mi-
hi materna lingua tum scribendum censui ne tu fortassis occasionem nactus
me contumeliam inuertisse, aut amplificasse quereris. Nunc autem, cum

Tartaglia a Ferrarì,

21 aprile 1547

(Seconda risposta, 31 quesiti)

(oper dir meglio de m. Hieronimo Cardano) & senza guardarla altramē
te meneritornai delongo a casa, & dapoiche gionto gli fui, & che hebbi
visto quella esser in lingua latina, non vi potrei narrare quanto che me ne
son ridesto, & alegrato, considerando che la mia semplice risposta e stata
di tanta autorita che al improuiso vi ha fatto mutar lingua, & reduttia za
uariare, si come suol fare alcuni infermi quando si trouano nel colmo del
parafismo di qualche sua acuta & mortal febre, Ditime di gratia donde
haueti tolto, ouer imparato questo vostro eccellente ordine, hauendomi
mandato il vostro primo Cartello de des fida despuratiua in la nostra ma
terna lingua Italiana, & hauendoui io dato, in la medesima lingua la mia
risposta, & voi poi respondermi in lingua latina, certone sto stupefatto.

QVESTI SEQVENTI SONO LI QVESITI

Casi, ouer Questioni proposti da Nicolo Tartalea Brisciano,
alla Eccellentia de messer Hieronimo Cardano Medico
Millanese, & al presente Lettor Publico in Pauia.

Et al Eccellente Messer Lodouico Ferraro delle Mathematiche
Lettor Publico in Mellano.

Traduzione degli *Elementi* curata da Tartaglia
(I ed. 1543)

Petitione.iii.

2 Anchora adimandamo che ce sia concesso che sopra a qualunque
3 centro ne piace puotemo designare uno cerchio di che grandezza ci pare.

Sopra Euclide.

Eglie manifesto, Euclide Megarense non solamente esser el primo, (Mala guida, & scorta) de tutti quelli che delle Discipline Matematiche hanno trattato, e per tanto, me aparso primamente di proporre alcuni suoi problemiche quel ne insegna di concludere geometricamente dimostratiuamente, Giongendoui solamente questa sotilita, che cadauno de quelli sia concluso cō qual si voglia apertura di compasso proposta dal Auerfario, cioe senza mai mouere lo detto compasso di tal data apertura con atti, & regole generale dimostratiue, cioe concedendoui tutte le sue Pettitioni & commune sententie del detto Euclide eccetto la sua seconda, ouer terza petitione, cioe quella doue che adimanda che gli sia concesso che sopra a qualunque centro che gli pare di poterui designare vn cerchio di che grandezza gli pare, Ma in luoco di quella vi pongo quest'altra: cioe che sopra a qual si voglia centro ve pare vi concedo che gli possa designare vn cerchio secondo la quantita della data apertura di compasso, cioe proposta dal auersario, secondo che a lui pare (pur che non sia in retta linea) Hor per dar principio incominceremo dalle cose piu facile secondo lordine de naturali.



Come sono strutturati gli *Elementi* di Euclide?

13 libri

All'inizio di alcuni libri ci sono delle definizioni

Nel Libro I, dopo le definizioni troviamo

5 postulati (*pettitioni*)

varie nozioni comuni (assiomi)

Quale Euclide?

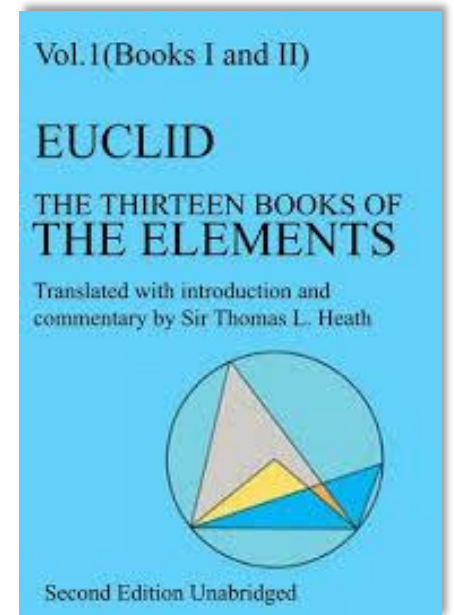
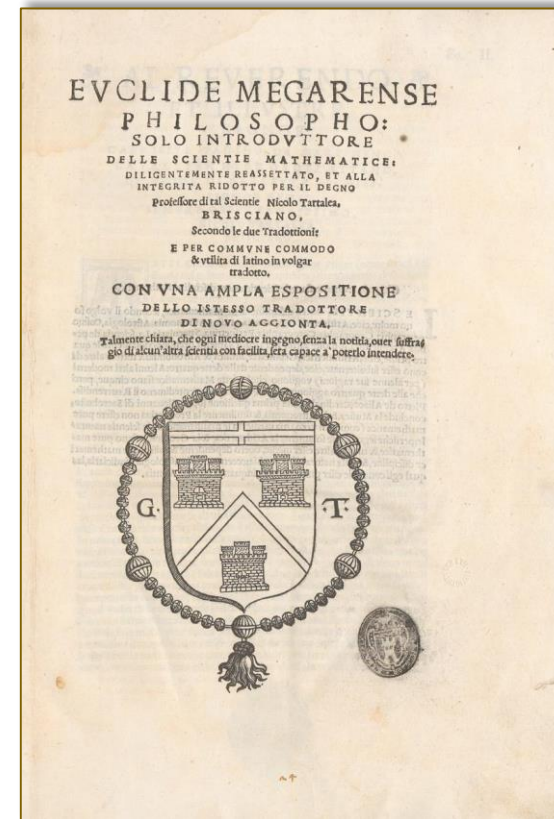
Esiste un'edizione critica di riferimento, allestita e pubblicata negli anni 1883-1887 dal filologo danese L. Heiberg. Le edizioni moderne sono in genere traduzioni di questa edizione.

L'edizione di Heiberg e la traduzione inglese curata da Sir Thomas Heath si possono scaricare gratuitamente da vari siti, tra i quali <https://wilbourhall.org/index.html#euclid>

Versione online

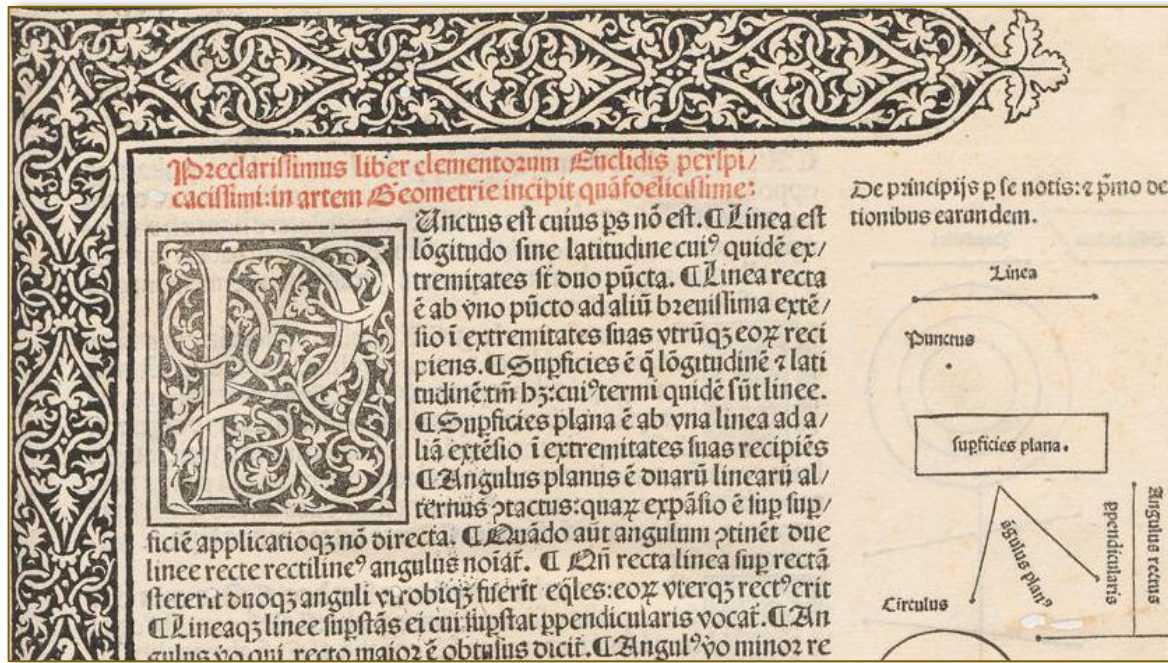
<http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/elements.html>

L'edizione degli *Elementi* a cui fa riferimento Tartaglia è quella che lui ha pubblicato nel 1543. <https://matematicaitaliana.sns.it/opere/23/>
Esistono molte edizioni «storiche» degli *Elementi*...

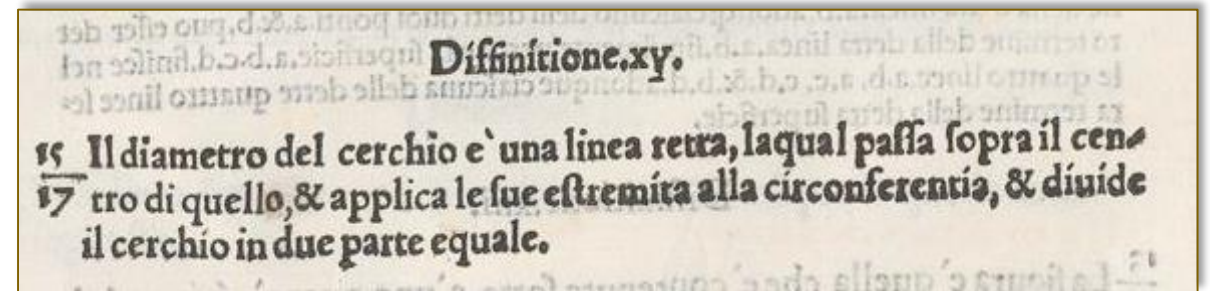


Ma cosa cambia se uso un'edizione degli *Elementi* al posto di un'altra?

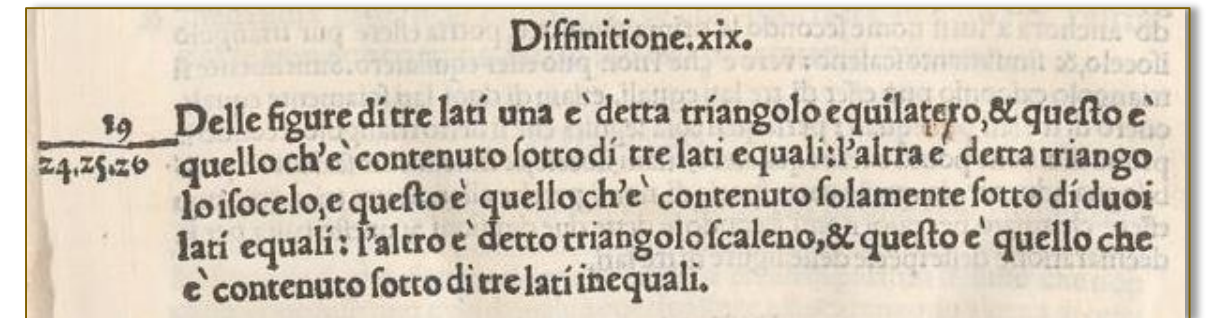
Potrebbe cambiare la numerazione delle definizioni o delle proposizioni



Nell' *editio princeps* del 1482 le definizioni non sono numerate



Nell'edizione di Tartaglia le definizioni seguono una doppia numerazione Campano-Zamberti



... e possono anche venire raggruppate

In questa presentazione noi useremo l'edizione di Heiberg come testo di riferimento per la numerazione (ovvero un'edizione moderna standard degli *Elementi*)... ma se doveste usare in classe un'edizione diversa non preoccupatevi se le numerazioni non coincidono!

Euclide

Si richieda di poter condurre una linea retta da qualsiasi punto qualsiasi a ogni altro punto.

E di poter prolungare ogni linea retta per dritto con continuità

Petitione,iii.

*2 Anchora adimandamo che ce sia concesso che sopra a qualunque
3 centro ne piace puotemo designare uno cerchio di che grandezza ci pare.*

E che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro

E che, qualora una retta incidente su [altre] due rette formi gli angoli interni dalla stessa parte [complessivamente] minori di due angoli retti, le due rette prolungate all'infinito si incontrano dalla parte in cui ci sono gli angoli minori di due retti.

Tartaglia a Ferrari

Sopra a qualsivoglia centro ve pare vi concedo che gli possiati designare un cerchio secondo la quantità della data appertura

Proposizioni euclidee da dimostrare con un compasso ad apertura fissa:
III.17, VI.25, VI.28, VI.29, X.31, X.32, X.33, XIII.18, tangenti alle coniche
... (17 quesiti)

secondo ordine de natura.
1. Dico adunque che Euclide nella. 17. del terzo ne insegna il modo da
sapere tirare da vn punto dato fuora dun dato Cerchio, vna linea retta.
che tocchi il detto cerchio. Hor ue adimando che ne sia trouato il modo
da concludere vntal Problema con regola generale demonstratiue, cō qual
si voglia appertura di compasso proposta dal Auersario, cioe senza mai
Variar el dato compasso di tal sua apertura.

III.17 Da un dato ponto a un dato cerchio
puotemo menare una linea retta toccante.
[Proposizione 17. Problema 2]

VI. 25 Costruire un poligono che sia simile a un poligono dato e insieme sia equiesteso a un altro poligono dato

VI.28 Applicare a una retta detta un parallelogramma equiesteso a un poligono dato e che manchi di un parallelogramma simile a un parallelogramma dato: occorre inoltre che il poligono dato non sia maggiore del parallelogramma descritto sulla metà della retta e che sia simile alla figura mancante

VI.29 Applicare a una retta data un parallelogrammo uguale a un poligono dato e che sia eccedente di un parallelogrammo simile a un parallelogrammo dato.

Ferrari a Tartaglia, Terzo cartello
Milano, 24 maggio e 1 giugno 1547

Ferrari contesta a Tartaglia la facoltà, in quanto sfidato, di scegliere il luogo della disputa: le regole dei duelli stabiliscono che sia lo sfidante a decidere il terreno. Concede tuttavia a Ferrari di scegliere tra Roma, Firenze, Pisa e Bologna (invece che tra le più comode Milano, Pavia e Genova)

La posta è di 200 scudi.

«Ma accio che appaia se uno di noi havrà proposto casi impossibili, over che egli non intenda, ogni volta ch'io non sapesse risolvere un de vostri quesiti, voglio s'habbi per sciolto, se voi non saprete dimostrar la resolutione. Il che concedo che di me parimente s'intenda.»

In calce al cartello pone i suoi 31 quesiti

Tartaglia a Ferrari, Terza Risposta 23 giugno e 9 luglio 1547

«Scorrendo la detta vostra risposta trovai che in quella non mi havevi mandato la solutione pur di uno delli detti mei 31 Casi over Questioni a voi proposti over mandati, dil che me ne stupisco, che dui huomini di quella qualita che vi mostrati essere con parole, cioe tanto litterati in greco & latino & Dottorati in tutte le scientie & in che termine di 48 giorni che sono horamai passati non habbiati tra voi dui insieme con li vostri amici saputo dar risoluta risposta...»

RISOLVTIONE FATTA PER LODOVICO

Ferraro à i trentaun' quesiti mandatigli da ri-
soluere per Messer Nicolò
Tartaglia.



O M'ALLEGRO, Messer Nicolò, che in questi vostri quesiti, m'abbiate dato materia, di giouare a quei che si dilettano di Geometria, & di Arithmetica, non essendo tuttauia peruenuti anchora al colmo delle predette scienze. E questo, per cioche ne' vostri primi diecesette quesiti si contiene quella bella inuentione di operare senza mutare l'apertura

del compasso, la qual io non so da chi si hauesse principio, ma io so bene, che da circa a cinquant'anni in quà molti bei ingegni si sono affaticati per accrescerla, fra quali, in gran parte è stato la felice memoria di messer Scipione dal Ferro cittadino Bolognese.

Io dunque, uoglio esser quello, che a tal inuentione dia tutta la perfettione, che puo ha- uere, dimostrandolo per questa uia, non solamente alcune proposizioni, trouate da nostri maggiori, ma etiam dio tutto Euclide. La seconda cosa, in che m'haueate dato materia

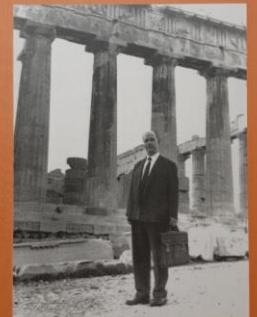
Ottobre 1547

C.S. ROERO, *La geometria del compasso fisso nella matematica e nell'arte*

(Abu 'l Wafa, Dürer, Leonardo da Vinci)

MATEMATICA, ARTE E TECNICA
NELLA STORIA

IN MEMORIA DI TULLIO VIOLA



a cura di
Livia Giacardi e Clara Silvia Roero

KWB

... nome di Dio, sia la prima proposizione.
(Eccettuando le proposizioni immediate contrarie, al nostro proposito,) Dimostrare tutto Euclide senza mutare l'apertura del compasso. Cioè in luogo di quella propositione, che dice, super quouis centro, quantumlibet occupando spatium, circulum describere. ponendone un'altra che dica: sopra qual si uoglia centro, descriuere un circolo, con qual si uoglia apertura di compasso, proposta dall'aduersario.

Tartaglia chiede a Ferrari di dimostrare con riga e compasso ad apertura fissa solo alcune specifiche proposizioni, ma Ferrari risponderà affermando di aver dimostrato «tutto Euclide»

Quale sarà il punto di partenza di Ferrari per «ricostruire» gli *Elementi*?

La prima proposizione?

Proposizione 1. Problema 1

Su una retta limitata data costruire un triangolo equilatero

Protasi

Sia AB la retta limitata data. Bisogna costruire un triangolo equilatero sulla retta AB

Ectesi +
determinazione

Postulato III

Con centro A e raggio AB si descriva il cerchio BCD e ancora, con centro B e raggio BA si descriva il cerchio ACE e si congiunga il punto C, nel quale i cerchi si intersecano, ai punti A e B con le rette CA e CB.

Costruzione

Postulato I

Def.15

Poiché il punto A è il centro del cerchio CDB, AC è uguale ad AB e ancora, poiché il punto B è il centro del cerchio CAE, BC è uguale a BA. E' stato però dimostrato che anche CA è uguale ad AB dunque sia CA sia CB sono uguali ad AB, ma cose uguali a una stessa cosa sono uguali tra loro e dunque anche CA è uguale a CB e perciò CA e BC sono tutti e tre uguali tra loro.

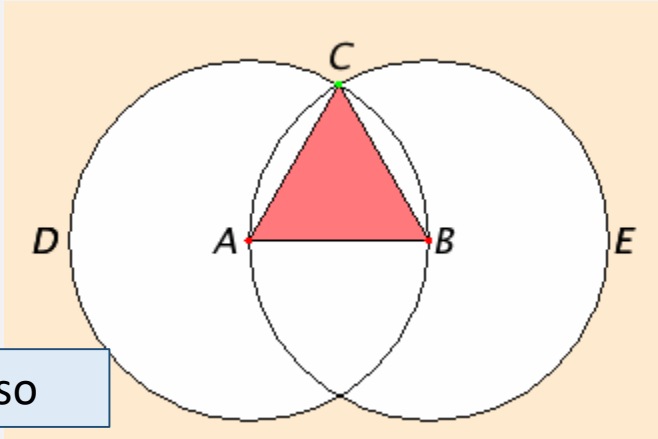
Dimostrazione

Noz. Comune 1

Def.20

Il triangolo ABC è quindi equilatero ed è stato costruito sulla retta limitata AB. Come si doveva fare.

Sumperasma



Questa proposizione è accettabile solo nel caso in cui il lato coincida con l'apertura del compasso

Ferrari cerca una proposizione che non dipenda dal Postulato III e nemmeno da proposizioni che dipendono dal Postulato III

Livre I

	Df	Dem	N. C.	Prop.
Prop. 1	15, 20	1, 3	1	
Prop. 2	15, 20	1, 2, 3	1, 3	1
Prop. 3	15	3	1	2
Prop. 4			7, "9"	
Prop. 5		1, 2	3	3, 4
Prop. 6		1	8	3, 4
Prop. 7		1	8	5
Prop. 8			7	7
Prop. 9	20	1		
Prop. 10	20			
Prop. 11	10, 20	1		
Prop. 12	10, 15	1, 3		
Prop. 13	10		1, 2	
Prop. 14		2, 4	1, 2, 3, 8	
Prop. 15		4	1, 2, 3	
Prop. 16		1, 2	8	
Prop. 17		2	"4"	
Prop. 18		1	8	
Prop. 19				
Prop. 20		1, 2	8	
Prop. 21		2	"4"	
Prop. 22	15	1, 3	1	
Prop. 23		1		
Prop. 24		1	1, 8	
Prop. 25				
Prop. 26		1	1, 8	
Prop. 27	23	2		
Prop. 28		4	1, 2, 3	
Prop. 29	23	2, 5	1, 2, "4"	
Prop. 30			1	
Prop. 31		1, 2		
Prop. 32		2	1, 2	
Prop. 33		1		
Prop. 34		1	2	
Prop. 35			1, 2, 3	
Prop. 36		1	1	
Prop. 37		2	"6"	
Prop. 38		2	"6"	
Prop. 39		1	1, 8	
(Prop. 40		1	1, 8	
Prop. 41		1	1, 2	
Prop. 42		1	1, 2	
Prop. 43		1	2, 3	
Prop. 44		1, 2, 5	1, 8	
Prop. 45		1	1, 2	13, 27, 30, 31, 36, 40
Prop. 46	22	4	1, 3	14, 29, 30, 33, 34, 42, 44
Prop. 47		1, 4	1, 2, "5"	2-3, 11, 29, 31, 34
Prop. 48		1	1, 2	4, 14, 30, 31, 41, 46
				2-3, 8, 11, 47

	Df	Dem	N. C.	Prop.
Prop. 1	15, 20	1, 3	1	
Prop. 2	15, 20	1, 2, 3	1, 3	1
Prop. 3	15	3	1	2
Prop. 4			7, "9"	
Prop. 5		1, 2	3	3, 4
Prop. 6		1	8	3, 4
Prop. 7		1	8	5
Prop. 8			7	7
Prop. 9	20	1		1, 3, 8
Prop. 10	20			1, 4, 9
Prop. 11	10, 20	1		1, 2-3, 8
Prop. 12	10, 15	1, 3		8, 10
Prop. 13	10		1, 2	11
Prop. 14		2, 4	1, 2, 3, 8	13
Prop. 15		4	1, 2, 3	13
Prop. 16		1, 2	8	2-3, 4, 10, 15

La prima proposizione che non dipende, direttamente o indirettamente, dal Postulato III è la I.4, nota oggi come «Primo criterio di congruenza dei triangoli»

La prima propositione, ch'io piglio da dimostrare, si è la quarta del primo, la quale io dimostrò in posto com' il Theone, atteso che la non ha bisogno delle propositioni antecedenti, ne anche della petitione eccettuata.

Proposizione I.4

Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali e uguale anche l'angolo compreso tra le rette uguali, avranno anche le basi uguali e un triangolo sarà uguale all'altro triangolo e saranno anche rispettivamente uguali gli angoli restanti che si oppongono ai lati uguali .

Ferrari	Euclide
F.1	I.4 Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali e uguale anche l'angolo compreso tra le rette uguali, avranno anche le basi uguali e un triangolo sarà uguale all'altro triangolo e saranno anche rispettivamente uguali gli angoli restanti che si oppongono ai lati uguali.
F.2	I.5 Gli angoli alla base dei triangoli isosceli sono uguali tra loro e, prolungate le rette uguali, saranno uguali tra loro anche gli angoli sotto la base
F.3	I.8 Qualora due triangoli abbiano due lati rispettivamente uguali tra loro e abbiano uguale anche la base, avranno uguali anche gli angoli compresi tra rette uguali.

La terza sarà l'ottava del primo, la quale io dimostrerò per dimostrazione ostensiva, non mi servendo d'altre proposizioni che delle due premesse, e questa dimostrazione io ho tolta da Proclo, nel terzo libro, ch'esso fa sopra il primo d'Euclide. Sia

La seconda sarà la quinta del primo, nella quale, perch'io non mi posso servire della terza, io procedo per questa via. Sia il Triangolo a, b, c , del quale i due lati, a, b , & a, c , siano uguali insieme. Per la seconda petitione, io tiro le due, a, b , & a, c , in lungo, inde finalmente poi, facendo per centro i due ponti, b , & c , secondo l'apertura del compasso,

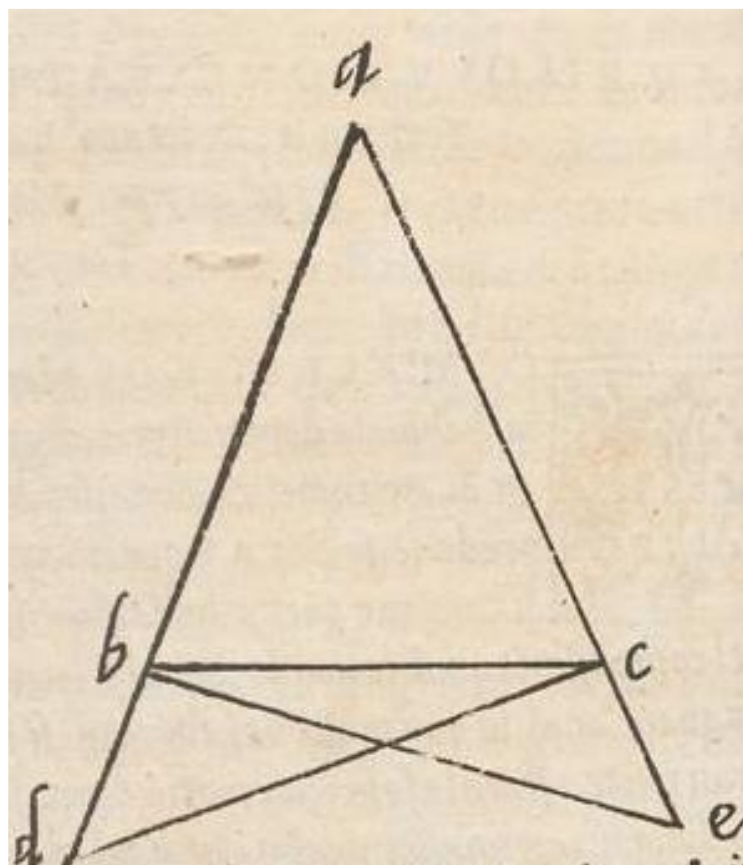
La seconda proposizione che Ferrari dimostra è la I.5

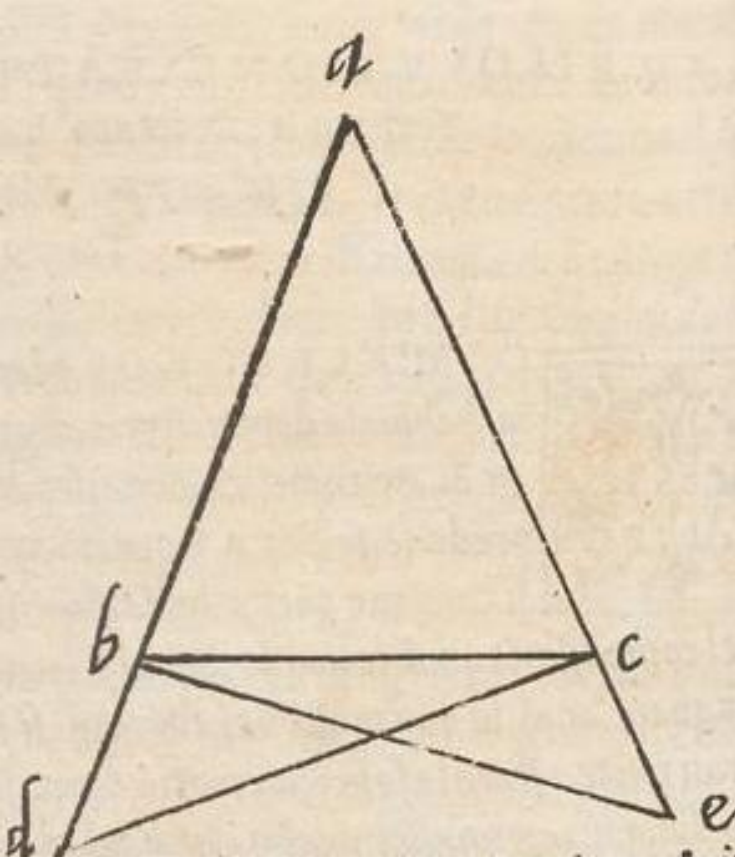
I.5 Gli angoli alla base dei triangoli isosceli sono uguali tra loro e, prolungate le rette uguali, saranno uguali tra loro anche gli angoli sotto la base

La dimostrazione euclidea prevede l'uso della I.3 (che dipende dal Postulato III) e quindi Ferrari la modifica

La seconda sarà la quinta del primo, nella quale, perch'io non mi posso servire della terza, io procedo per questa uia. Sia il Triangolo a, b, c , del quale i due lati, a, b , & a, c , siano uguali insieme. Per la seconda petitione, io tiro le due, a, b , & a, c , in lungo, inde finitamente; poi, facendo per centro i due ponti, b , & c , secondo l'apertura del compasso,

propostami dallo aduersario, io taglio dalla linea a, a, b , protratta, la linea b, d , et dalla linea a, c , protratta, la linea c, e : e così, essendo poste le linee, a, b , & a, c , uguali, & essendo le due, b, d , & c, e , uguali anchora esse, & della longhezza della medesima apertura di compasso, seguita, per la seconda comune sententia, che le due linee, a, d , & a, e , sono uguali. Del resto, tiro le due linee, d, c , & b, e , e compio la dimostrazione, come il Theone.





Suppongo che i lati uguali siano AB e AC , che posso prolungare indefinitamente in virtù del Postulato II.

Considero il compasso ad apertura fissa centrato in A e traccio la circonferenza che incontra i prolungamenti dei lati AB e AC rispettivamente in D e in E [e se l'apertura del compasso fosse minore dei lati AB e AC ?]

Considero i triangoli ACD e ABE , che sono congruenti per il primo criterio (cioè proprio per la I.4): ne deduco che sono congruenti anche gli angoli ADC e AEB .

Considero i triangoli BDC e ECB , che sono congruenti per la I.4 (BD e EC sono congruenti in quanto differenze di segmenti congruenti, nozione comune III): ne deduco che sono congruenti gli angoli CBD e ECB .

Infine gli angoli ABC e BCA sono congruenti perché differenza di angoli congruenti (rispettivamente $ABE-CBE$ e $DCA-DCB$) per la Nozione Comune III

Ma la proposizione I.8 non dipende dal Terzo Postulato?

	Df	Dem	N. C.	Prop.
Prop. 1	15, 20	1, 3	1	
Prop. 2	15, 20	1, 2, 3	1, 3	1
Prop. 3	15	3	1	2
Prop. 4			7, "9"	
Prop. 5		1, 2	3	3, 4
Prop. 6		1	8	3, 4
Prop. 7		1	8	5
Prop. 8			7	7
Prop. 9	20	1		1, 3, 8
Prop. 10	20			1, 4, 9
Prop. 11	10, 20	1		1, 2-3, 8
Prop. 12	10, 15	1, 3		8, 10
Prop. 13	10		1, 2	11
Prop. 14		2, 4	1, 2, 3, 8	13
Prop. 15		4	1, 2, 3	13
Prop. 16		1, 2	8	2-3, 4, 10, 15

I.8 dipende da I.7

I.7 dipende da I.5

I.5 dipende da I.3
e da I.4

I.3 dipenderebbe
dal Postulato III,
ma Ferrari ha
costruito una
dimostrazione di
I.5 che non
dipende dal
Postulato III

A questo punto Ferrari passa a dimostrare la proposizione I.9

Proposizione I.9

Dividere a metà un angolo rettilineo dato

Vediamo brevemente la dimostrazione euclidea

F.4

La quarta di queste sarà la nona del primo. Sia dunque l'angolo, che si ha da dividere per mezzo, l'angolo b, a, c : & sian tirate, per la seconda petitione, le linee a, b , & a, c , in lungo indefinitamente. Io facendo centro il

Proposizione I.9

Dividere a metà un angolo rettilineo dato

Sia BAC l'angolo rettilineo dato. Bisogna dividerlo a metà.

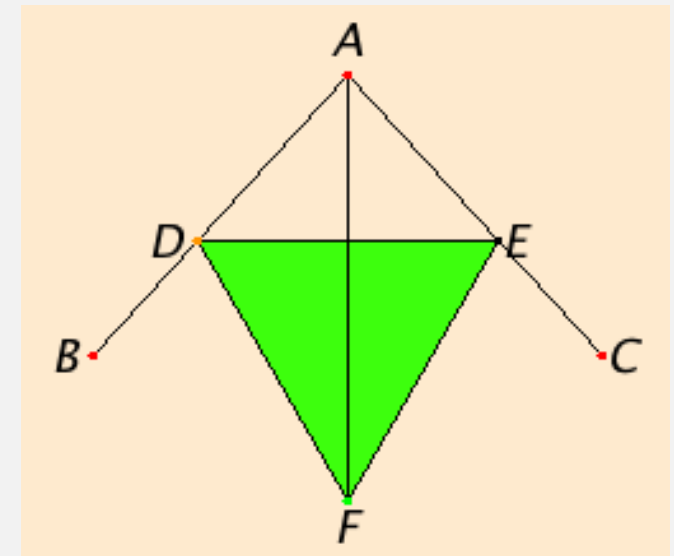
Si prenda sulla retta AB un punto a caso D , si tolga dalla retta AC la retta AE uguale ad AD [Proposizione 3], si congiunga D a E con la retta DE [Postulato 1], si costruisca su DE il triangolo equilatero DEF [Proposizione 1] e si congiunga A a F con la retta AF [Postulato 1].

Dico che l'angolo BAC è stato diviso a metà dalla retta AF .

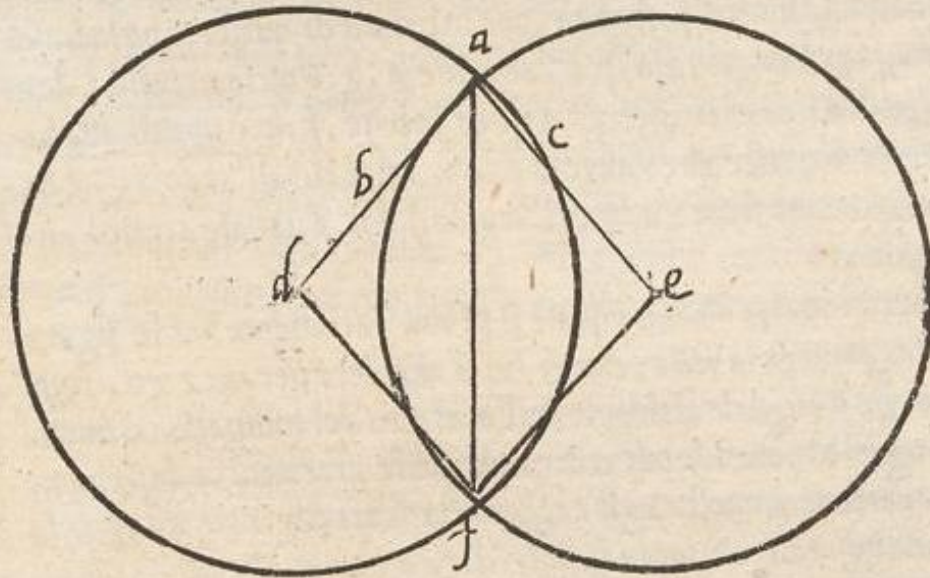
Poiché infatti AD è uguale a AE e AF è in comune, le due rette DA e AF sono uguali rispettivamente alle due rette EA e AF e la base DF è uguale alla base EF [Definizione 20]. Dunque l'angolo DAF è uguale all'angolo EAF [Proposizione 8].

Dunque l'angolo rettilineo dato BAC è stato diviso a metà dalla retta AF . Come si doveva fare.

Ferrari	Euclide
F.1	I.4
F.2	I.5
F.3	I.8



La quarta di queste sarà la nona del primo. Sia dunque l'angolo, che si ha da dividere per mezzo, l'angolo b, a, c : & siano tirate, per la seconda petitione, le linee a, b , & a, c , in lungo indefinitamente. Io, facendo centro il punto a , secondo l'apertura del compasso proposta dall'adversario, descriuo un circolo, il quale per esempio sia che tagli le due linee a, b , & a, c , prodotte in lōgo, ne i due ponti d , & e . Io poi, sopra i due punti, d , & e , secondo la medesima apertura, descriuo



due circoli, i quali si tagliano fra lor' ne i due ponti a , & f , (com'è necessario, per essere ciascuna delle linee a, d , & a, e , uguale all'apertura del compasso.) Posciatiro la linea a, f , la quale io dico che diuide l'angolo b, a, c , per mezzo. Per prouarlo, iotiro le

due linee, d, f : & e, f , & intendo due triangoli, a, d, f . & a, e, f . Et perche le due linee d, a , & a, f , del'uno, sono uguali alle due e, a , & a, f , dell'altro: e la base d, f . è uguale alla

Costruzione e dimostrazione (basata sulla F3, ovvero la I.8)

due linee, d, f :
& e, f , & intendo due triangoli, a, d, f . & a, e, f . Et perche le due linee d, a , & a, f , del'uno, sono uguali alle due e, a , & a, f , dell'altro: e la base d, f . è uguale alla

F.4

Elementi I.9 (P)

“Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali”.

GeoGebra Classico

$D = \text{Intersezione}(c, f, 1)$
 $\rightarrow (-4.38, 0.28)$

$E = \text{Intersezione}(c, g, 1)$
 $\rightarrow (0.57, 1.64)$

$d : \text{CompassoFisso}(D)$
 $\rightarrow (x + 4.38)^2 + (y - 0.28)^2 = 16$

$e : \text{CompassoFisso}(E)$
 $\rightarrow (x - 0.57)^2 + (y - 1.64)^2 = 16$

$F = \text{Intersezione}(d, e, 2)$
 $\rightarrow (-1.09, -1.99)$

$h : \text{Semiretta}(A, F)$
 $\rightarrow 5.91x + 1.63y = -9.71$

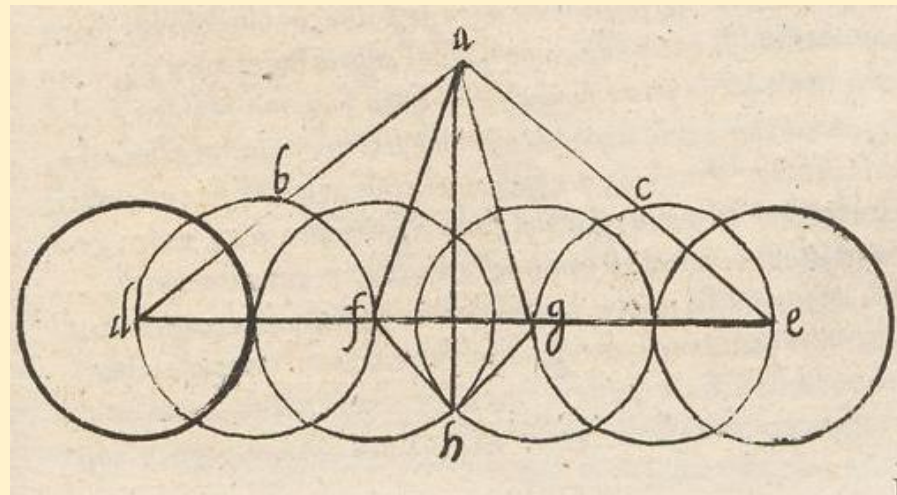
Inserimento...

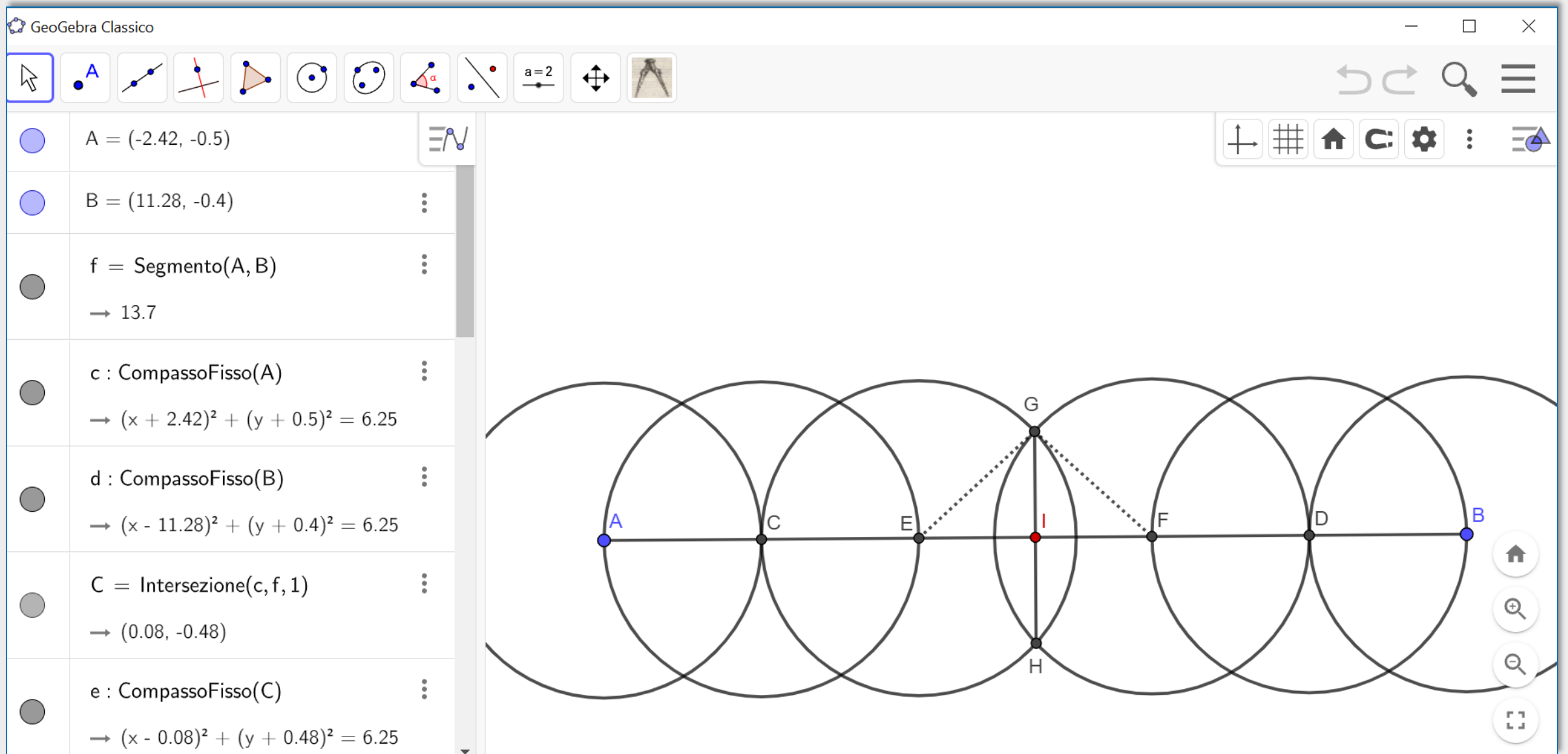
F.4

Elementi I.9 (P)

“Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali”.

La quinta di queste sarà la decima del primo. La quale si proua facilmente per le figure della proposition' passata, come se la linea, che si ha à diuidere per mezzo, fosse d, e. la quale è necessario che sia uguale al doppio dell'apertura del compasso: o minore: o maggiore: se sarà uguale, ponendo per centro una delle istremità, e descriuendo un circolo secondo l'apertura proposta, egli taglierà la linea per mezzo. E se la sarà minor' e descriuendo i due circoli sopra i centri d, & e. come nella prima figura della passata, ei si taglieranno ne i due ponti a, & f. & la linea a, f. sarà quella, che taglierà la linea d, e. per mezzo. Perche, tagliando l'angolo per mezzo, seguita, per la prima di queste, che taglia anchor la linea per mezzo, formando i due triangoli, & argumentando come il Theone. Ma se la sarà maggiore, opero come ne la seconda figura della passata, & dall'una interfettione all'altra de i due circoli descritti sopra i centri f, & g. tiro una linea, la quale, così come diuide l'angolo b, per mezzo, diuide anchora (argumentando per la prima di queste) la linea f, g. ma la linea f, d. è uguale alla linea g, e. adunque, per la seconda commune sentenza, tutta la linea d, e. viene ad essere diuisa per mezzo. Et se per caso i due circoli descritti sopra i centri, f, & g. si uenissero à toccare in punto, sarebbe fatto il proposito senz'altro, & il punto del toccamento sarebbe anchora il punto della diuisione in due parti uguali.





F.5

Elementi I.10 (P)

“Dividere un segmento in due parti uguali”.

La sesta di queste sarà undecima del primo, la quale si farà agevolmente, pigliando de
l'una & l'altra parte del ponto una linea uguale all'apertura del compasso, dappoi,
per la passara, dividendo ciascuna di quelle per mezzo, che così le due parti, di qua
& di là dal ponto, insieme giunte, saranno uguali all'apertura del compasso, e così,

per la uia della prima del primo, descriuendoli sopra un triangolo equilatero secondo
l'apertura del compasso, & tirando dal angolo superiore una linea al ponto ordinato
ella sarà la perpendicolare. La proua è chiarissima per la prima & terza di queste,
percioche secondo il supposito si formano gli due triangoli equilateri.

GeoGebra Classico

A = (-2.26, -0.36)
 B = (9.88, -0.26)
 f = Segmento(A, B)
 → 12.14
 C = Punto(f)
 → (0.62, -0.34)
 c : CompassoFisso(C)
 → $(x - 0.62)^2 + (y + 0.34)^2 = 6.25$
 Intersezione(c, f)
 → D = (-1.88, -0.36)
 → E = (3.12, -0.32)
 F = PuntoMedio(D, C)

The diagram illustrates the construction of a perpendicular line from a point C to a line AB. A circle is drawn with center C and radius equal to the distance from C to the line AB. The intersection of the circle and the line AB are points D and E. The midpoint of DC is F. A line segment FH is drawn, where H is the point on the circle such that FH is perpendicular to AB. The triangle FGH is shaded in light orange.

F.6

Elementi I.11 (P)

“Condurre la perpendicolare ad una retta da un punto su di essa”.

F.1	<i>Elementi</i> I.4 (T)	“Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali due lati e l’angolo compreso”.
F.2	<i>Elementi</i> I.5 (T)	“In un triangolo isoscele gli angoli alla base sono uguali e prolungando i lati uguali si ottengono angoli sotto la base uguali”.
F.3	<i>Elementi</i> I.8 (T)	“Se due triangoli hanno due lati rispettivamente uguali a due lati e anche le basi uguali allora avranno uguali anche gli angoli compresi dai lati uguali”
F.4	<i>Elementi</i> I.9 (P)	“Dividere un angolo rettilineo in due angoli uguali”.
F.5	<i>Elementi</i> I.10 (P)	“Dividere un segmento in due parti uguali”.
F.6	<i>Elementi</i> I.11 (P)	“Condurre la perpendicolare ad una retta da un punto su di essa”.
F.7	<i>Elementi</i> I.13 (T)	“Data una retta, se si conduce da un suo punto un’altra retta, essa forma con la prima due angoli retti o due angoli la cui somma è pari a due retti”.
F.8	<i>Elementi</i> I.14 (T)	“Sia data una retta e siano condotte da un suo punto due rette da parti opposte rispetto alla retta data. Se le due rette formano angoli adiacenti uguali rispettivamente a due retti, esse giacciono su una stessa retta (ovvero sono l’una il prolungamento dell’altra)”.
F.9	<i>Elementi</i> I.15 (T)	“Due rette che si intersecano formano angoli opposti al vertice uguali”.
F.10		“Proposte due linee inuguali, che vengono da un medesimo punto, tagliare dalla maggiore, una parte uguale alla minore”.

F.11		“Sopra una data linea, costruire un triangolo isoscele”.
F.12	<i>Elementi I.2</i>	“Condurre un segmento da un punto dato uguale ad un altro segmento assegnato”.
F.13	<i>Elementi I.3</i>	“Dati due segmenti disuguali, tagliare dal segmento maggiore una parte uguale al segmento minore”.
F.14	<i>Elementi I.16</i>	“In ogni triangolo un angolo esterno è sempre maggiore di tutti gli angoli interni del triangolo”.
F.15	<i>Elementi I.17</i>	“In ogni triangolo la somma di qualsiasi due angoli è minore di due angoli retti”.
F.16	<i>Elementi I.18</i>	“In ogni triangolo l’angolo maggiore è quello opposto al lato maggiore”.
F.17	<i>Elementi I.19</i>	“In ogni triangolo il lato maggiore è quello opposto all’angolo maggiore”.
F.18	<i>Elementi I.20</i>	“In ogni triangolo la somma di due lati è maggiore di quello rimanente”.
F.19	<i>Elementi I.21</i>	“Se internamente a un triangolo, da due vertici si tracciano due rette che si incontrano in un punto, formando un triangolo, la somma dei due lati di questo triangolo escludendo quello in comune è minore della somma dei due lati rimanenti del triangolo esterno”.
F.20	<i>Elementi I.26</i>	“Due triangoli sono uguali se hanno ordinatamente uguali un lato e i due angoli ad esso adiacenti”.
F.21	<i>Elementi I.27</i>	“Se due rette tagliate da un’altra retta formano angoli alterni uguali, allora sono parallele”.
F.22	<i>Elementi I.28</i>	“Se due rette tagliate da un’altra retta formano angoli corrispondenti uguali, allora sono parallele”.
F.23	<i>Elementi I.29</i>	“Se due rette parallele sono tagliate da un’altra retta allora formano angoli alterni uguali, angoli corrispondenti uguali e angoli coniugati la cui somma è di due angoli retti”.
F.24	<i>Elementi I.30</i>	“Rette parallele alla stessa retta sono parallele tra loro”.

F.25	<i>Elementi I.23</i>	“Costruire su una retta data e con vertice in un dato punto di essa, un angolo rettilineo uguale a un angolo rettilineo dato”.
F.26	<i>Elementi I.6</i>	“Se un triangolo ha due angoli uguali, allora i lati opposti a questi angoli sono uguali”.
F.27	<i>Elementi I.7</i>	“Su una retta data e da ciascun suo estremo si conducano due rette che si incontrino in un punto; non è possibile costruire con gli stessi estremi e dalla stessa parte, altre due rette rispettivamente uguali a quelle prima costruite e aventi un diverso punto di incontro”.
F.28	<i>Elementi I.24</i>	“Dati due triangoli che hanno due lati uguali, se gli angoli compresi tra questi lati sono uno maggiore dell’altro allora anche i lati opposti a tali angoli sono uno maggiore dell’altro”.
F.29	<i>Elementi I.25</i>	“Se due triangoli hanno due lati uguali e le basi una maggiore dell’altra allora anche gli angoli opposti alle basi sono uno maggiore dell’altro”.
F.30	<i>Elementi I.31</i>	“Condurre la parallela ad una retta data passante per un punto esterno ad essa”.
F.31	<i>Elementi I.32</i>	“Ogni angolo esterno ad un triangolo è maggiore della somma dei due angoli interni non adiacenti ad esso e la somma degli angoli di un triangolo è uguale alla somma di due angoli retti”.
F.32	<i>Elementi I.1</i>	“Costruire un triangolo equilatero su un segmento dato”.
F.33	<i>Elementi I.12</i>	“Condurre la perpendicolare a una retta data da un punto esterno essa”.
F.34- F.51	<i>Elementi I.33- I.49</i>	

Libro I: dimostra tutto il Libro I **tranne** la I.22

Libro II: le proposizioni II.1 – II.13 si basano su proposizioni già dimostrate, quindi il Libro II è completo **ad eccezione della II.14**

Libro III: III.1-III.16 si basano su proposizioni già dimostrate

Libro V: si basa su proposizione già dimostrate

Libro VI: VI.1 – V.12, prima parte di VI.31 si basano su proposizioni già dimostrate

Le proposizioni I.22, II.14, III.17-37 richiedono che venga **prima dimostrata la proposizione VI.13**

In alcuni casi non è possibile tracciare la circonferenza richiesta, se ha apertura diversa da quella del compasso fisso, ma se ne può determinare il centro (e quindi i punti che servono). Se si assume questo...

Sono adunque sin' hora, secondo la nostra conuentione di non mutare l'apertura del compasso, dimostrati perfettamente i primi sei libri d'Euclide. Da qui, con l'aiuto delle già demonstrate, et di due auuertimenti noi ci n'andremo francamente sin' fin di tutto il libro.

Et potremo non solamente dimostrare le propositioni, che nel testo greco sono attribuite ad Euclide, cioè quelle de i primi tredici libri: ma anchora quelle de i due libri seguenti, cioè quartodecimo, et quinto decimo, Con tutte queste anchora, che Campano ha gionto, che non si truouano ne nelli testi Grechi, ne anchora nelle traduttioni de gli altri: Le quali propositioni sono nondimeno molto utili, et si suppongono come cose già demonstrate da molti authori, et specialmente da Ptolemec.

Aspetti interessanti dell'attività

Dipendenza di una teoria dai suoi assiomi/postulati

Focus sulla costruzione di un'architettura logico-deduttiva

Sviluppo di un atteggiamento non puramente riproduttivo nei confronti delle dimostrazioni matematiche

Riflessione sul significato geometrico di «costruzione con riga e compasso»

Quali sono le «operazioni fondamentali» da assicurare nelle costruzioni con riga e compasso?

1. Intersezione tra rette non parallele

2. Intersezione tra retta e cerchio

3. Intersezione tra cerchio e cerchio

L'iterazione di queste operazioni un numero finito di volte consente la risoluzione dei problemi «con riga e compasso»

Jacob Steiner dimostra (1833) che 2. e 3. si possono ricondurre a

1. Moltiplicare un angolo o dividerlo in due parti uguali
2. Costruire la parallela a una retta per un punto esterno
3. Costruire la perpendicolare a una retta per un suo punto
4. Costruire per un punto C una retta che formi con la retta AB un angolo assegnato DEF
5. Moltiplicare o dividere una distanza assegnata AB per n
6. Porre in un punto C una distanza assegnata AB

Proposizione **I.22** degli *Elementi* (ed. Tartaglia, 1543)

Intersezione tra due circonferenze di raggio diverso

Problema.viii. Propositione.xxii.

Proposte tre linee rette, dellequali le due, quale si uogliono, giunte insieme sieno piu lunghe dell'altra, puotemo, con altre tre linee, a quelle equale costituire un triangolo.

Siano le tre proposte linee .a. .b. .c. lequale siano cosi conditionate, che due, quale si voglia di quelle, giunte insieme siano maggiore dell'altra, perche altramente non se potria di tre equale a quelle constituir triangolo (per la vigesima propositione) Adonque quando vorro constituir vn triangolo di tre linee equale alle tre predette, facio la linea .d. e. alla quale dalla parte .e. non gli pono fin determinato, & dalla parte del .d. ne sego la parte .d. f. equale alla linea .c. (per la tertia propositione) & .f. g. equal al .b. & .g. h. equal al .a. & fatto il ponto .f. centro, descriuo il cerchio .d. k. secondo la quantita .f. d. & similmente fatto .g. centro descriuo il cerchio .h. k. liquali duoi cerchi se intersegono in duoi ponti, l'uno di quelli e' il ponto .k. altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore, ouer equale alle altre due giunte, che seria contra il presupposito, hor dal ponto .k. tiro la linea .k. f. & la linea .k. g. & sera costituendo il triangolo .k. f. g. de tre linee equale alle tre proposte .a. .b. .c. perche le due linee .f. d. & .f. k. sono equale, perche ambedue vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .d. k. e perche la linea .c. e' equale alla .d. f. per la prima concectione, sera etiam equale alla .f. k. lato del triangolo, similmente .g. h. & .g. k. sono equale, perche vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .h. k. & .g. h. se posto equale alla linea .a. adonque .g. k. sera equale alla linea .a. per la detta prima commune sententia, ouero concectione, & perche .f. g. fu tolto equale alla linea .b. adonque i tre lati del triangolo .f. g. k. sono equali alle tre date linee .a. .b. .c. che e' il proposito.

Proposizione **II.14** degli *Elementi* (ed. Commandino, 1575)

Intersezione tra retta e circonferenza

PROBLEMA II. PROPOSITIONE XIII.

Constituere vn quadrato vguale ad vn dato rettilineo.

Sia il dato rettilineo A. bisogna costituire vn quadrato vguale al rettilineo A. constituiscafi il parallelogrammo rettangolo B C D E, vguale al rettilineo A. se dunque B E e' vguale ad E D, sarà fatto quello che si proponeua, percioche al rettilineo A si e' costituito il quadrato B D uguale. ma se B E non e' vguale ad E D, vna di esse sarà maggiore, sia maggiore B E, & prolunghisi in F, & pongasi E F vguale ad E D. opordinasi F B per mezo nel punto G, dal centro G con l'intervallo di vna di esse G B G F descriuasi il mezo cerchio B H F. & prolunghisi D E in H, & giungasi G H. perche dunque la linea retta B F e' diuisa in parti vguale nel punto G, & in parti disuguali nel E, sarà il rettangolo B E F insieme col quadrato di E G vguale al quadrato di G F: & G F e' vguale a G H. onde il rettangolo B E F insieme col quadrato di G E e' vguale al quadrato di G H. ma al quadrato di G H sono vguali i quadrati di H E E G. il rettangolo dunque B E F insieme col quadrato di E G e' vguale al li quadrati di H E E G. traggasi il quadrato di E G commune. adunque il rettangolo rimanente B E F e' vguale al quadrato di E H. ma il rettangolo B E F e' esso parallelogrammo B D, percioche E F e' vguale ad E D. il parallelogrammo dunque B D e' vguale al quadrato di E H. ma e' vguale etiam al rettilineo A. & però il rettilineo A farà vguale al quadrato di E H. la onde il rettilineo A si e' costituito vn quadrato vguale, cioè quello che si descriue da E H. il che bisogna fare.

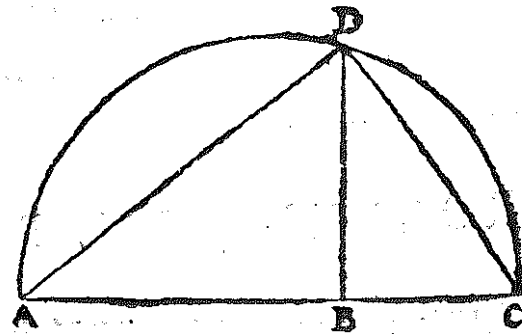
Proposizione VI.13 degli *Elementi* (ed. Commandino)

Intersezione tra retta e circonferenza

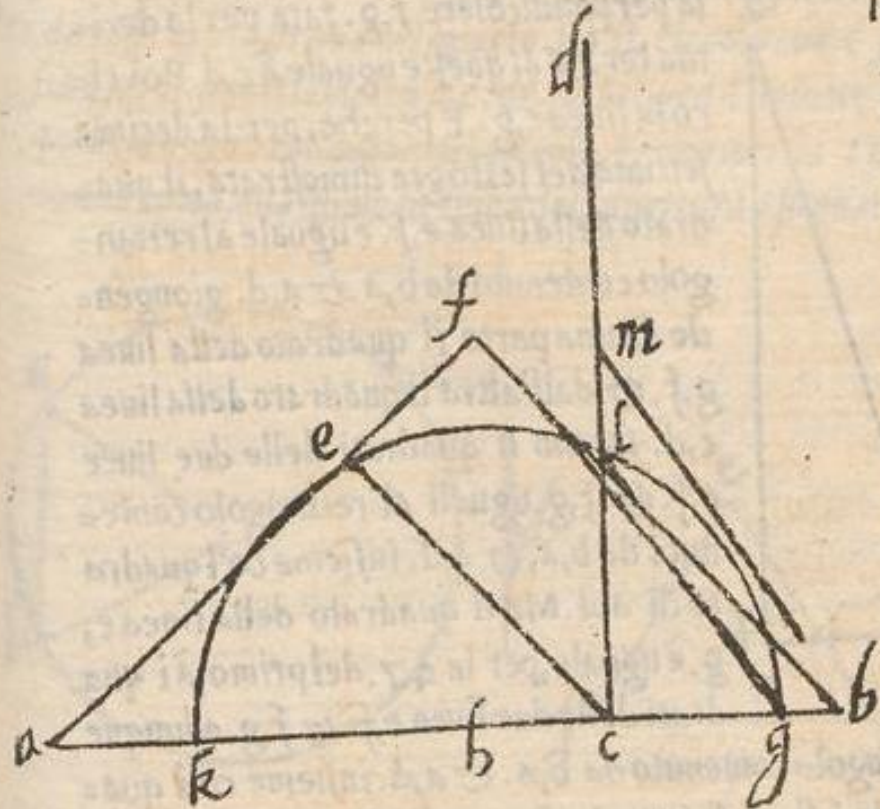
P R O B L E M A V.
PROPOSITIONE XIII.

Date due linee rette, trouare la proportionale di mezo.

Siano due linee rette date AB BC . bisogna trouare la proportionale di mezo delle AB BC . pongansi per diritto, & nella AC descriuasi il mezo cerchio ADC , & tirisi dal punto B la BD ad angoli retti sopra la AC : & giungansi AD DC . perche dunque nel mezo cerchio è l'angolo ADC , quello farà retto. & perche nel triangolo rettangolo ADC dall'angolo retto alla base si è tirata la perpendicolare DB , farà DB proportionale di mezo fra le parti della base AB BC . Date dunque due linee rette AB BC si è trouata la proportionale di mezo DB . il che bisognaua fare.



Per dimostrare la decima terza del sesto, oltre le premisse, suppongo anchora prouata la prima parte della trigesima prima del terzo, la quale non ha bisogno se non delle antecedenti già da noi dimostrate. Siano dunque le due linee .a.c. & c.b. fra le quali volemo trouar ne una proportionale, stando il proposito di non mutare l'apertura del compasso, Prima per la festa di queste, io dirizzo sopra il punto .c. una linea perpendicolare indefinita, la quale sia e,d. Poscia tiro dal punto a. la linea a.f. indefinita, da



la quale taglio la linea a.f. dopia all'apertura proposta del compasso, & tiro la linea b.f. & la linea c.e. à quella equidistante, per la trigesima di queste. Poscia, per la decima terza di queste, da man destra del punto c, taglio la linea c.g. uguale ad e.f. & da man sinistra del medesimo punto, tagliola linea c,k. uguale ad e.a. & così tutta la linea k,g. uien' ad essere uguale ad a.f. cioè al doppio dell'apertura del compasso. Io dunque, ponendo unde i piedi del compasso in g. & l'altro

in h. facendo h. per centro, descriuerò il semicircolo g,l,k. il quale è manifesto che uerrà à finire al punto k, Poi dal punto g. tiro una linea al punto l, nel quale la circon-

VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

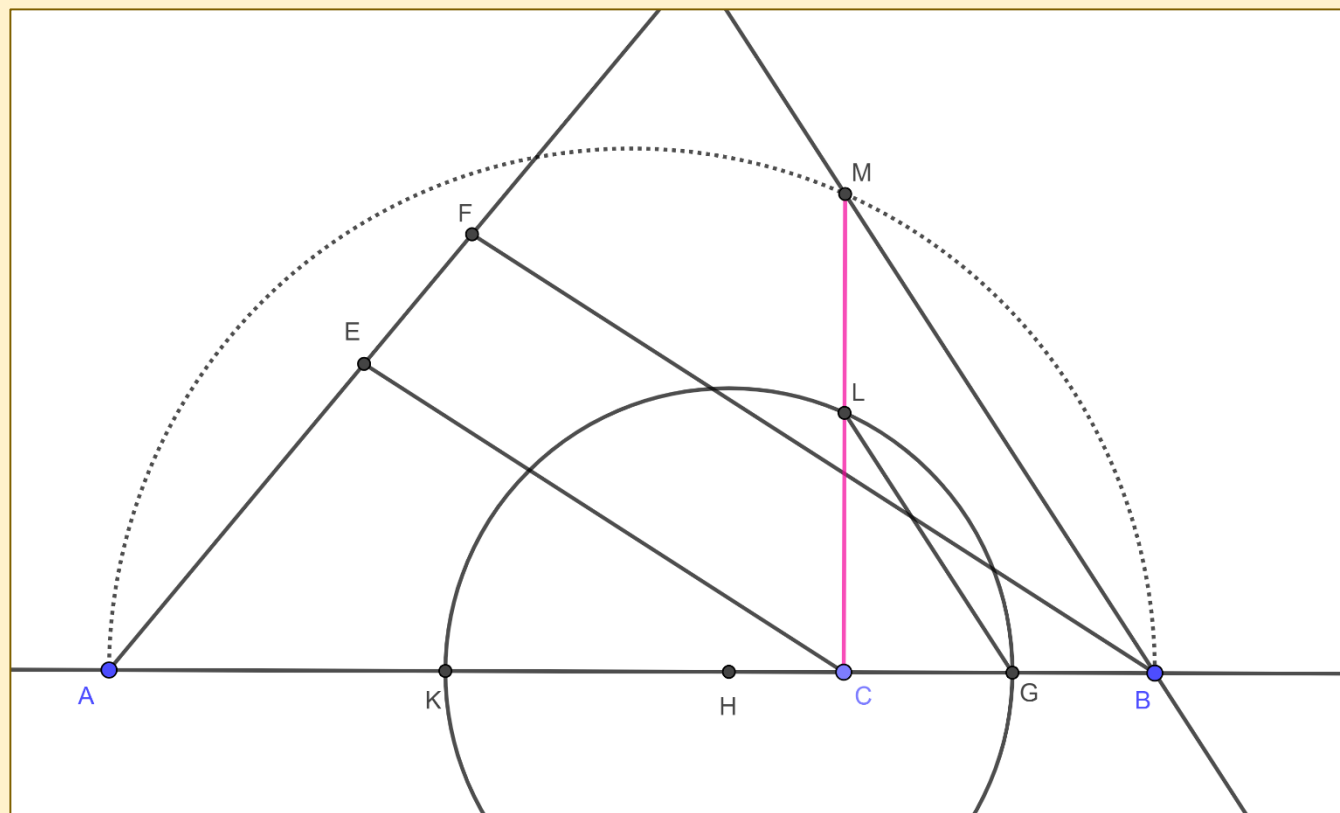
Siano AC e CB due segmenti dati, che giacciono sulla retta AB.

Traccia la perpendicolare alla retta AB dal punto C (F6).

Traccia una semiretta qualsiasi avente origine in A e prendi AF uguale alla doppia apertura del compasso. Congiungi B con F e traccia CE parallelo a BF (F30)

Prendi $CG = EF$ e

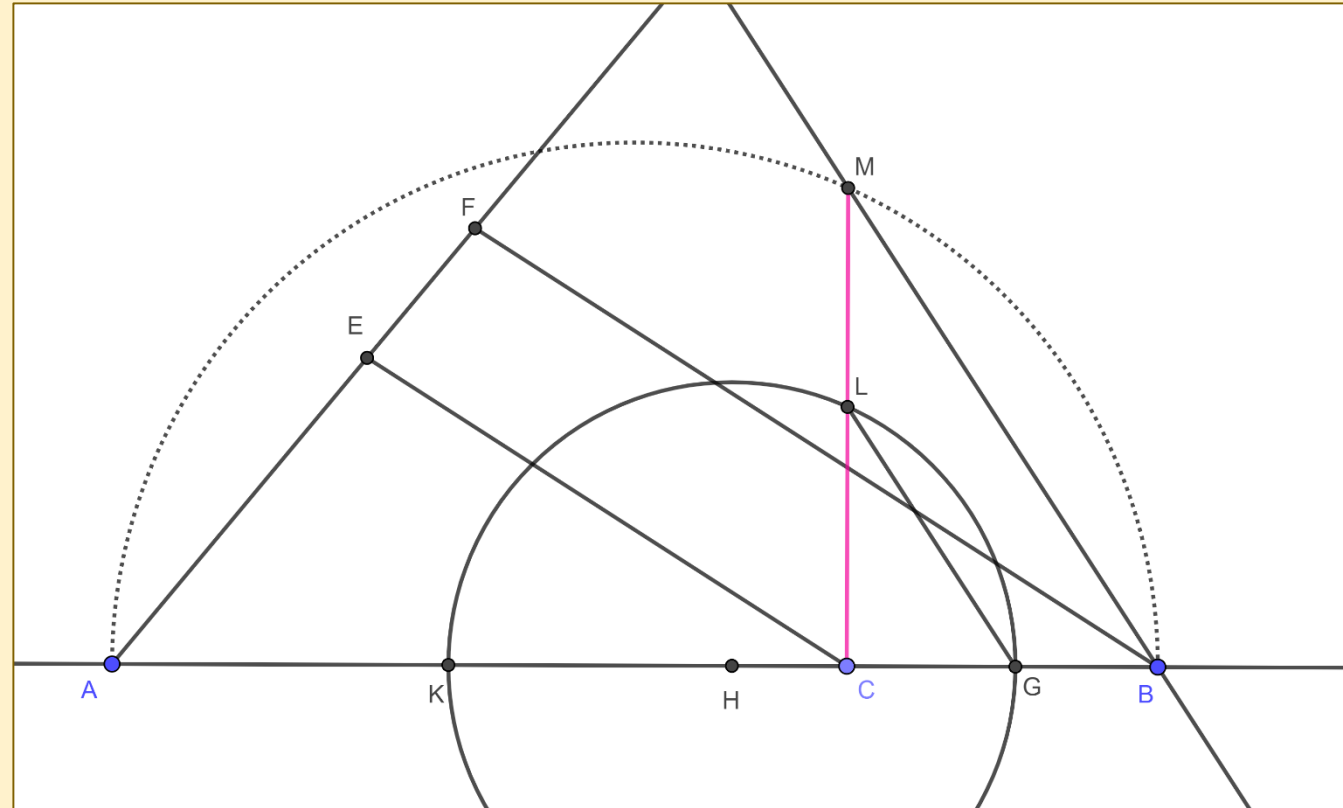
$CK = AE$ (F13), in modo che $KG = AF$.



VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

Sia H il punto medio di KG .
Traccia il cerchio GLK e
congiungi L con G (dove L è il
punto di intersezione tra il
cerchio e la perpendicolare per
 C). Traccia dal punto B la
parallela a GL che taglia la
perpendicolare a C in M .

Il segmento CM è medio
proporzionale tra AC e CB .



VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

CL è medio proporzionale tra KC and CG (*Elementi*, III.31 e VI.8):

$$KC : CL = CL : CG$$

inoltre si ha

$$AE : EF = AC : CB$$

ovvero

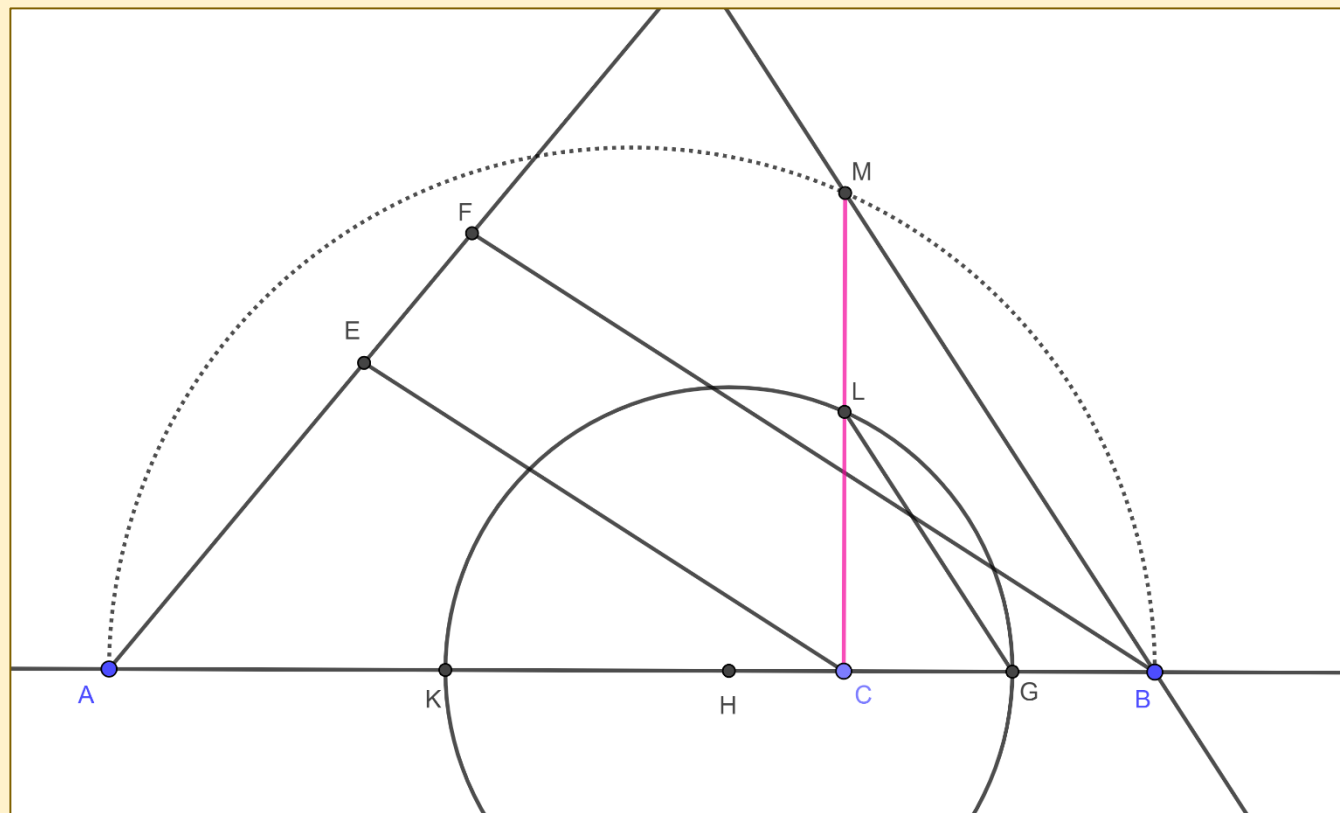
$$AE : EF = KC : CG$$

quindi

$$AC : CB = KC : CG$$

Dalla similitudine di LCG e MCB abbiamo

$$CB : CM = CG : CL$$



VI.13 *Date due linee rette trovare la proporzionale di mezo*

Componiamo i rapporti

$(AC : CB) * (CB : CM)$ e

$(KC : CG) * (CG : CL)$

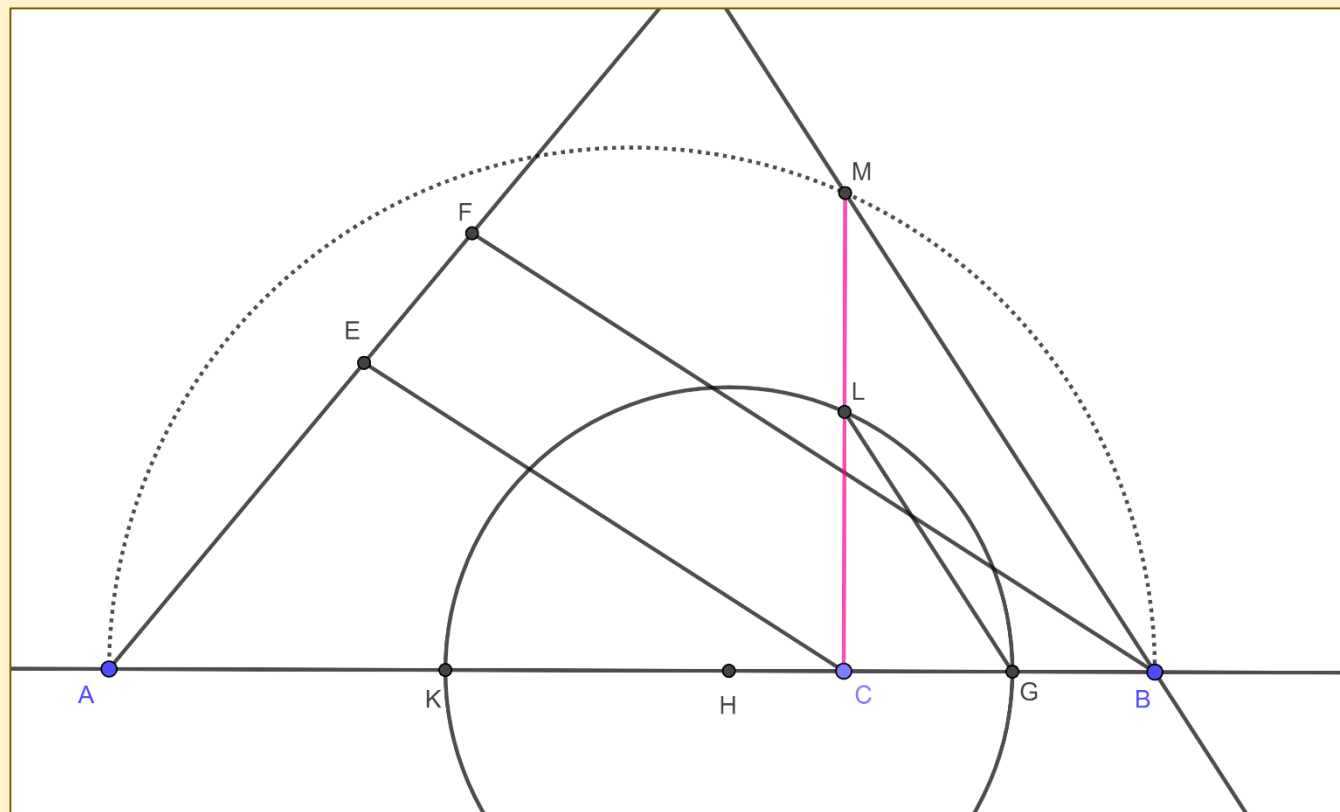
Da cui segue

$$AC : CM = KC : CL \quad (1)$$

Se consideriamo (1) e la proporzione

$$CM : CB = CL : CG \quad (2)$$

Dall'uguaglianza dei secondi membri segue che CM è medio proporzionale tra AC e CB , q.e.d.



Teorema di Ludovico Ferrari (1547)

Colla riga e col compasso ad apertura fissa si possono dimostrare tutti i teoremi di geometria piana ed eseguire tutte le costruzioni relative, colla restrizione che le circonferenze a raggio diverso dall'apertura fissa non possono essere tracciate completamente, ma però di esse si può costruire il centro, il raggio e quanti punti si vogliono.

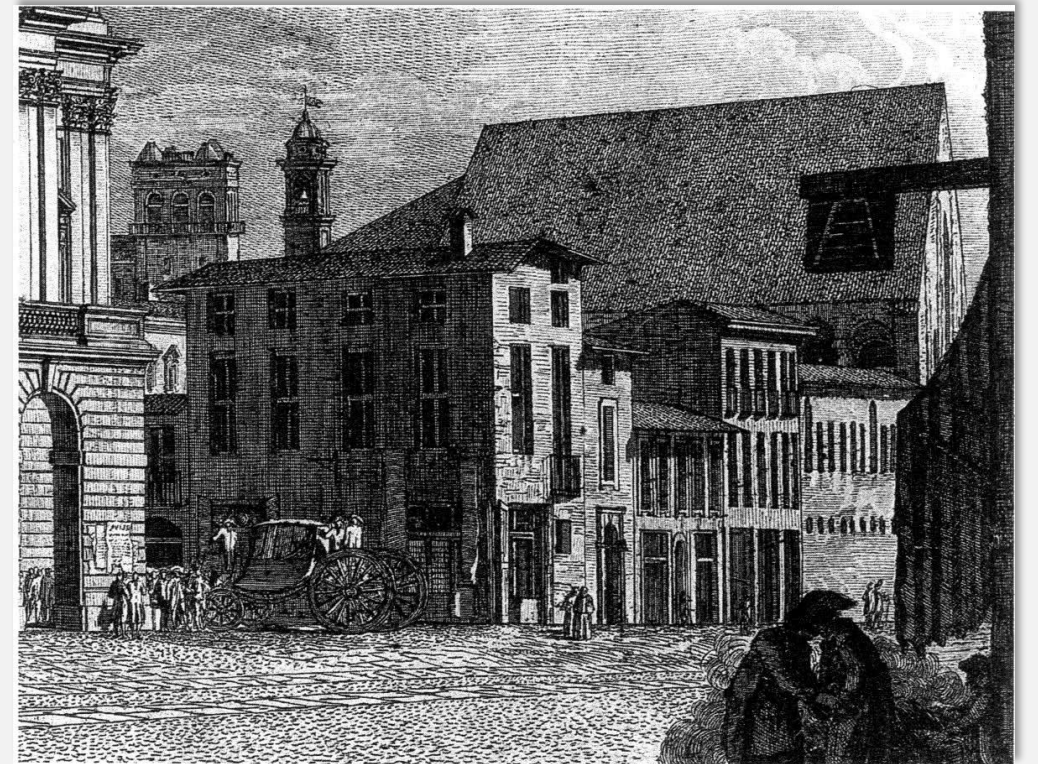
(Amedeo Agostini, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari*)

Come finì la disfida...

10 agosto 1548, Milano, chiesa di Santa Maria del Giardino

Alla presenza di Don Ferrante Gonzaga, governatore di Milano, di Niccolò Secco, capitano di giustizia si svolse la disfida.

Secondo il breve resoconto di Tartaglia, il pubblico gli era apertamente ostile e Ferrari non entrava nel merito delle soluzioni, sicché decise di abbandonare il campo dopo un solo giorno di disputa.



Situata in via Manzoni al posto di via Romagnosi. Edificata nel 1456, la chiesa fu chiusa al culto al 1810 e demolita nel 1865.

Ma la storia non finì veramente qui...

LIBER DECIMVS QVINTVS, DE
incerti generis aut inutili-
bus subtilitatibus.

Cardano, *De subtilitate*,
1550, cc.249v-254v

DE INUTILIBVS SVBTILITATIBVS

Quo quæ-
cunq; in ele-
mentis Eu-
lidis demõ-
strata sunt,
absque vlla
propositi v-
nius tantum
à circuli mu-
tatione ostẽ-
di possint.
potius iuuenili, quàm vtilitate manifesta, tum ego
tum Ludouicus Ferrarius paucis in diebus inueni-
mus, quonam pacto quæcunque ab Euclide demonst-
rantur, variata circini latitudine, à nobis sub quacunque la-
titudine illius à contradicẽte proposita inuariabiliq; præ-
ter circulorum solam inscriptionem ac circumscriptio-
nem perfectè à nobis possent ostendi. Et quamuis dũ hæc
scriberemus, Ludouicus ipse hanc totam demonstratio-
nem typis exceptam ædidisset optimè, quia tamen opus il-
lud contentionis gratia scriptum est, haud arbitror su-
perfuturum, cum nihil aliud fermè egregii contineat, et
si quædam sint egregia, seorsum tamen posita sunt, et nõ
vnius generis: ita postulante materia: quo fit vt operæ
preciũ esse duxerim, ne quandoq; tam rarum subtilitatis
exemplum periret, illud denuò hic subiicere: sed quomo-
do? breuibus demonstrationibus ne abhorrentes à Geome-
tricis tædio capiantur. Igitur primo quarta primi elemẽ-

	Primi
0	Eucli- No-
=	dis stræ.
1	4 prima
2	5 2
3	8 3
4	9 4
5	10 5
6	11 6
7	13 7
8	14 8
9	15 9
10	ps tertix 10
11	ps primæ 11
12	12
13	13
14	14
15	15
16	16
17	17
18	18
19	19
20	20
21	21
22	22
23	23
24	24
25	25
26	26
27	27
28	28
29	29
30	30
31	31
32	32

Giovan Battista Benedetti,

*Resolutio omnium Euclidis problematum
aliorumque ad hoc necessario inventorum una
tantummodo circini data apertura, 1553*

Benedetti fu allievo di Tartaglia nel periodo
1546-1548

*sum, nemine mihi praeunte. Caeterum quia cuiusque quod
suum est reddi debet, nam & pium, & iustum est, Nico-
laus Tartalea, mihi quatuor primos libros solos Euclidis
legit, reliqua omnia, privato & labore & studio investi-
gavi, uolenti namque scire, nihil est difficile. Adde quod*

RESOLVTIO

OMNIVM EVCLIDIS

PROBLEMATVM ALIO-
rumq; ad hoc necessario inuento-
rum vna tantummodo cir-
cini data apertura,

PER IOANNEM BAPTISTAM
DE BENEDICTIS INVENTA.



VENETIIS MDLIII.

Niccolò Tartaglia, *General Trattato de numeri et misure*, 1555-1560

1560

TAVOLA DE I CAPI CONTENUTI nel Terzo libro.



L terzo libro ha due capi solamente. nel primo si dichiara quante siano le propositioni di ciascun libro di Euclide: quante di quelle siano problemi, da risolvere col compasso, & in qual modo si risolvino con ogni apertura di compasso proposta dallo auersario. 2 car. 63

Nel secondo si dichiarano ventidue quesiti delli trentauno proposti all'auttore da Hieronimo Cardano medico Milanese & Ludouico Ferario in publica disputa l'anno. 1547. 2 car 85

possibile, ma anchora trouai esser possibile da risolvere, (con tal conditione) tutti gli altri suoi problemi geometrici da operar in piano, eccettuando pero quelli doue che interusene da delcriueré, ouer da delignare vn terminato cerchio, (come si propone nella, quarta, quinta, ottaua, nona, terzadecima, & quartadecima propositione del suo quarto libro, & similmete nella 25. & 33. del terzo) perche in effetto non e possibile di poter descriuere vn limitato cerchio saluo con quella sola, apertura di compasso allui conueniente, & non con altra, come occorre nelle dette propositioni, si che da questi tai

LIBRO TERZO DELLA QUINTA
PARTE DEL GENERAL TRATTATO DI NUMERI,
ET MISURE, DE NICOLO TARTAGLIA,

LA QVINTA PARTE DEL
GENERAL TRATTATO
DE' NUMERI ET MISURE,

DI NICOLO TARTAGLIA;

SI MOSTRA IL MODO DE ESSEQUIRE

ASSO, ET CON LA REGHA TUTTI LI

PROBLEMI GEOMETRICI DI EUCLIDE ET

DI ALTRI PHILOSOFI.



TI: A PER CVRTO TROIANO
M. D. L. X.

questo primo capo, per due cause, prima per non occultar tal mio secreto a gli speculatiui & curiosi ingegni, secondariamente, p̄ far conoscere qualmente niuno di mei quesiti. ⁊ 7. in tal materia proposti a Hieronimo cardano & a Lodouico suo creato (nella nostra publica disputa) esser stato risolto.

Hor per far che tal mia inuentione sia meglio intesa, insieme con li detti suoi errori voglio prima notificare quante siano li problemi geometrici da risolvere in piano col compasso, di ciascun libro di Euclide da me in volgar tradutto.

Quante siano le propositioni di ciascun libro di Euclide, Et quante di quelle siano problemi da risolvere con il compasso. Capo primo.

nel. 1. libro sono propositioni geometrici. 48. nelle quali sono problemi. 14.

nel. 2. libro sono propositioni geometrici. 15. nelle quali sono problemi. 4.

nel. 3. libro sono propositioni geometrici. 37. nelle quali sono problemi. 6.

nel. 4. libro sono propositioni geometrici. 16. nelle quali sono problemi. 16.

nel. 5. libro sono propositioni geometrici. 34. nelle quali sono problemi. 0.

nel. 6. libro sono propositioni geometrici. 33. nelle quali sono problemi. 10.

nel. 7. libro sono propositioni arithmetici. 41. nelle quali sono problemi. 5.

nel. 8. libro sono propositioni arithmetici. 26. nelle quali sono problemi. 2.

nel. 9. libro sono propositioni arithmetice. 39. nelle quali sono problemi. 0.

nel. 10. libro sono propositioni geometrici. 119. nelle quali sono problemi. 23.

nel. 11. libro sono propositioni geometrici. 42. nelle quali sono problemi. 5. cioè vno da operar in piano, & quattro nelli corpi.

nel. 12. libro sono propositioni geometrici. 15. nelle quali sono problemi. 2. da opar in li corpi.

nel. 13. libro sono propositioni geometrici. 18. nelle quali sono problemi. 6. cioè vna da operar in piano, & cinque da operar in corpi.

nel. 14. libro sono propositioni geometrici. 18. nelli quali sono problemi. 0.

nel. 15. libro sono propositioni geometrici. 13. nelle quali sono problemi. 13. da opar in corpi.

In tutti li. 15. libri di Euclide sono propositioni. 514. fra Geometrici, & Arithmetici, delle quali sono problemi. 105. fra Geometrici & Arithmetici, Li problemi geometrici sono in tutto. 98.

Qual è la prima costruzione che affronta Tartaglia?

E' la proposizione I.1 degli *Elementi*, ovvero la costruzione di un triangolo equilatero **di lato assegnato**.

Vediamola con GeoGebra

<..\..\..\Users\user\Desktop\GeoGebra Classico.lnk>

GeoGebra Classico

→ 4.27

$a_1 = \text{Segmento}(G, B, t3)$
→ 3.14

$b_1 = \text{Segmento}(A, G, t3)$
→ 3.14

$g_1 = \text{Segmento}(B, A, t3)$
→ 3.14

AngoliInterni(t3)
→ $\alpha = 60^\circ$

→ $\beta = 60^\circ$

→ $\gamma = 60^\circ$

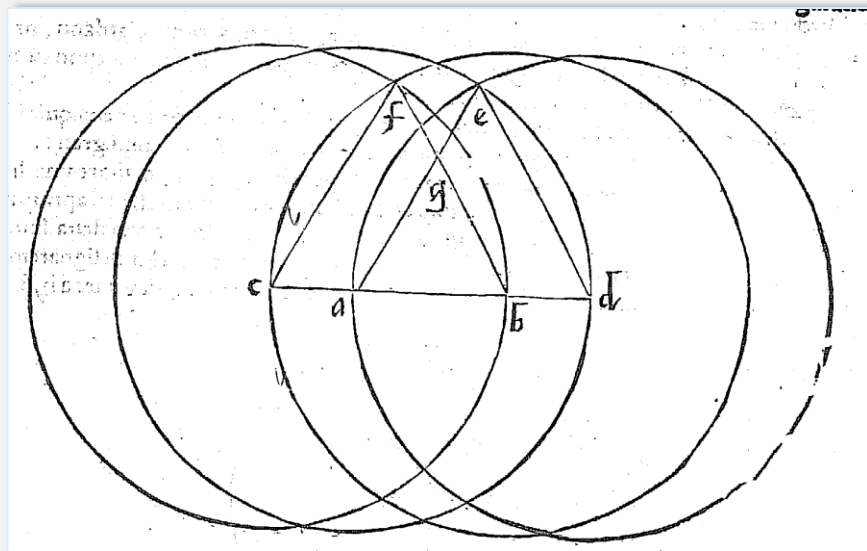
+ Inserimento...

CompassoFisso

T.1

Elementi I.1 (P)

Costruire un triangolo equilatero di lato assegnato



Spunto per una discussione in classe:
qual è la differenza tra l'approccio di
Ferrari e quello di Tartaglia?

$$I.1 = T.1$$

appare poi allongaremo la detta linea da l'una a l'altra parte per fina che seghi, ouer concorra alla circonferentia in li duoi ponti. c. & d. poi sopra la parte. a d. gli descriueremo, el triangolo a e d. equilatero per la dottrina della prima del primo di Euclide (cioe facendo vn altro cerchio sopra el centro, ouer ponto. d. secondo la sua apertura il medemo farai sopra la parte. c b. facendo il ponto. c. centro, & descriuendo, il detto triangolo equilatero. c f b. del quale el lato f b. se sega con el lato. e a. de l'altro triangolo in ponto. g. hor dico che el triangolo. g a b. è equilatero perche li duoi angoli. a. & b. (del detto triangolo. g a b.) sono eguali, anzi sono quelli istessi de li altri triāgoli equilateri. e f b. & a e d. onde (per la. 32. del primo di Euclide ouer p̄ la 4. del 6.) il triangolo. g a b. fara simile a cadauno de ditti duoi triangoli equilateri adonque è equilatero, che il proposito.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

Propositione. 13 1. del primo di Euclide non tocca da Hieronimo Cardano, ne da Lodouico Ferraro suo creato, senza la quale non puo esser risolto alcuno di miei 17. quesiti in tal materia a lor proposti.

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

DA un ponto dato fora d'una data linea retta potemo tirare vna linea equidistante a quella con qual si voglia proposta apritura di Compasso, Essemi gratia .

I.31 = T.2

Propositione duodicesima del primo di Euclide falsamente conclusa dal Cardano per nō hauer dato regola da risolvere la. 3 1. del. 1. di Euclide da me data nella. 2. di questo della qual si serue nella sua resolutione.

Ferrari, Quinta risposta

Et perche nella 24.25.31.32. per dimostrarle, non si suppone altra propositione, che le già dimostrate, ne mai fuore di quelle si suppone la petitione eccettuata, queste anchora sono dimostrate, e sono le nostre 28.29.30. et 31.

D = Intersezione(c, f, 2)
 → (-1.73, -2.36)

g = Segmento(A, C)
 → 4.67

h : Semiretta(C, D)
 → $2.98x + 3.37y = -13.13$

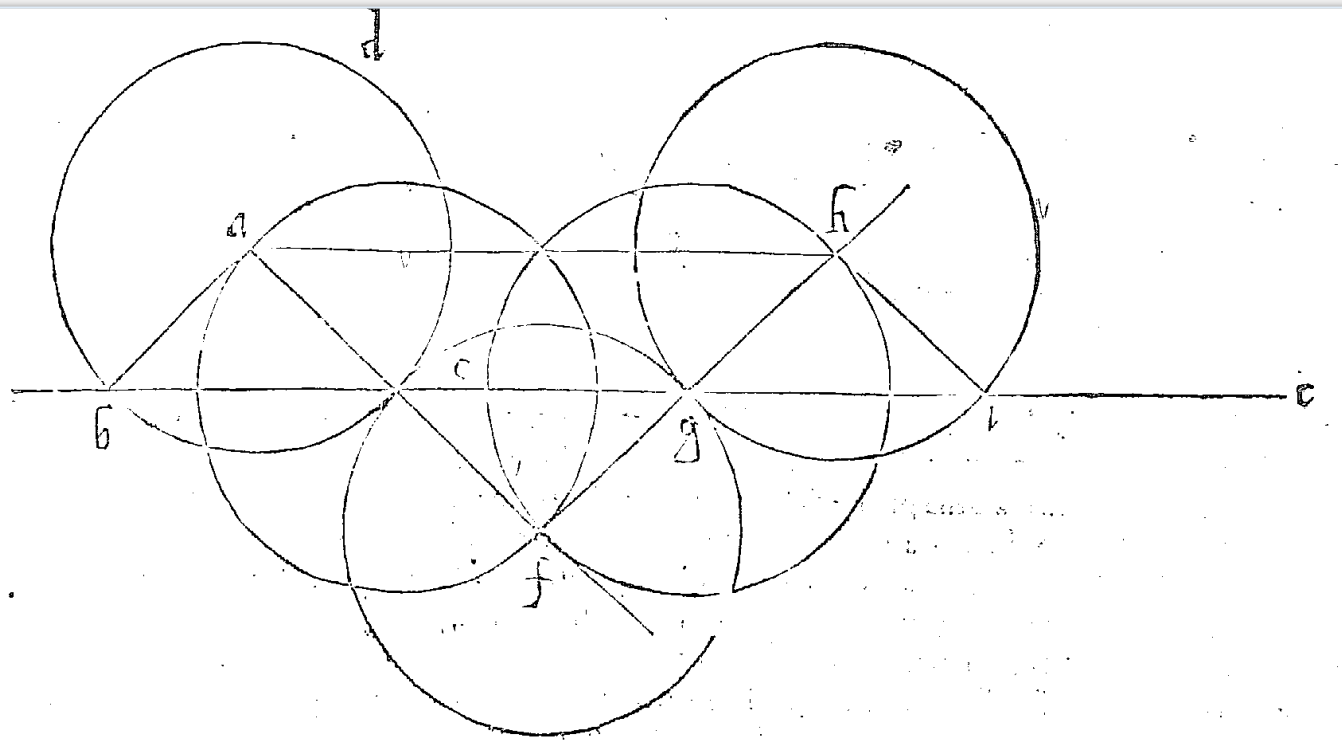
d : CompassoFisso(D)
 → $(x + 1.73)^2 + (y + 2.36)^2 = 20.25$

E = Intersezione(d, h, 2)
 → (1.64, -5.35)

e : CompassoFisso(E)
 → $(x - 1.64)^2 + (y + 5.35)^2 = 20.25$

F = Intersezione(e, f, 2)
 → (5.02, -2.38)

i : Semiretta(E, F)



T.2 = I.31

g i. il qual legara la linea. a b. in li dui ponti, g. & i. poi tiraremo la linea. h i. formando el triangolo. g h i. elquale fara simile, & eguale al triangolo. b a e. perche l'uno e l'altro e simile al triangolo. e f g. perche l'angolo. e. di l'uno e eguale al angolo. e. di l'altro (per la 15. del primo di Euclide) & similmente li dui angoli. b. & g. sono eguali al detto angolo. e. per la 5. del primo di Euclide per esser li triangoli isoceli cioe de dui lati eguali, anchora per la. 32. del primo di Euclide l'angolo. f. al angolo. a. fara eguale, adonque (per la quarta del 6. di Euclide) faranno simili, & eguali, & per le medeme argumentationi seguira del triangolo. g h i. adonque el triangolo h g i. fara eguale al triangolo. a b e, & sopra vna medema linea, & da vna medema parte, adonque (per la quarta del 1. di Euclide) sono fra linee equidistante tirando adonque dal ponto. a. al ponto.

*Propositione quarantesimasseconda del primo di
Euclide, nō tocca dal Cardano, ma tacitamēte scorsa.*

*Propositione quarantesimaquarta del primo di Euclide
non posta dal Cardano.*

*Propositione quarantesimaquinta del primo di Euclide inters
lascata dal Cardano con silentio.*

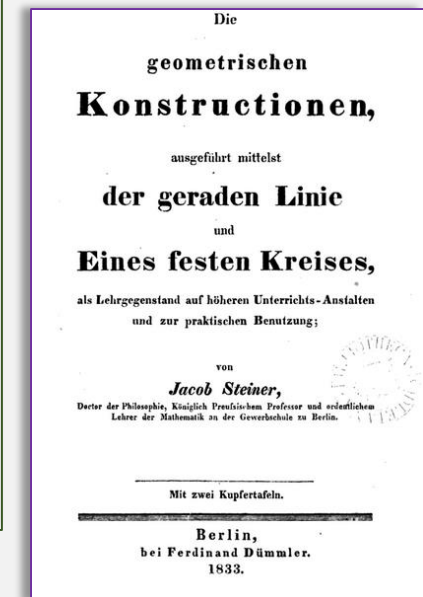
*Propositione decimaterza del sesto di Euclide non
palpata dal Cardano.*

Prima dei *Cartelli*, la geometria della riga e del compasso fisso sembra essere stata una raccolta di «regole» pratiche.

Ferrari, Cardano, Benedetti e Tartaglia trattano la questione dal punto di vista teorico, ottenendo un significativo progresso (Teorema di Ferrari).

1797 «ogni costruzione geometrica eseguibile con riga e compasso può essere eseguita con il solo compasso»
(Mascheroni, Mohr)

1833 «ogni costruzione geometrica eseguibile con il solo compasso è effettuabile anche con la sola riga quando nel foglio sia dato oltre al centro anche un cerchio fisso completamente tracciato » (Steiner-Poncelet)



Fonti

L.FERRARI e N.TARTAGLIA, *Cartelli di sfida matematica, riproduzione in facsimile delle edizioni originali 1547-1548, edita con parti introduttorie da Arnaldo Masotti*, Brescia, 1974, <http://mathematica.sns.it/opere/24/> oppure <https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/2706803>

N.TARTAGLIA, *La Quinta Parte del General Trattato de' Numeri et Misure*, Venezia, Curzio Troiano 1560, <http://mathematica.sns.it/opere/22/>

Bibliografia

A. AGOSTINI, *Problemi geometrici elementari e classici*, Enciclopedia delle Matematiche Elementari, Milano Hoepli 1937, vol. II Parte I

L. DI PASQUALE, *I cartelli di matematica disfida di Ludovico Ferrari ed i controcartelli di Nicolò Tartaglia*, "Periodico di matematiche", s.IV, 35 (1957), pp. 253-278 (I parte), s.IV, 36 (1958), pp.175-198 (II Parte)

H. GEPPERT, *Sulle costruzioni geometriche che si eseguono colla riga ed un compasso ad apertura fissa*, "Periodico di matematiche", s.IV, v.IX, 1929, pp. 292-319.

C.S. ROERO, *La geometria del compasso fisso nella matematica e nell'arte*, in L.GIACARDI, C.S.ROERO (eds.), *Matematica Arte e Tecnica nella storia. In memoria di Tullio Viola*, Torino, Kim Williams Books 2007, pp. 247-274.



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

SCUOLA DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea Magistrale in
MATEMATICA

**La geometria del compasso fisso:
dai “Cartelli di matematica disfida”
agli ambienti di geometria dinamica**

Candidata:
Sabrina Linari

Relatrice:
Prof.ssa Veronica Gavagna

Anno Accademico 2021 – 2022

Capitolo 3 - Il tirocinio e la sperimentazione didattica 127

3.1 Il tirocinio, ovvero la fase osservativa del progetto 127

3.2 Gli obiettivi didattici del progetto 128

3.3 Struttura del percorso didattico 128

3.4 Diario delle lezioni 130

3.4.1 Prima lezione: *Euclidea* 130

3.4.2 Seconda lezione: il compasso ad apertura fissa 135

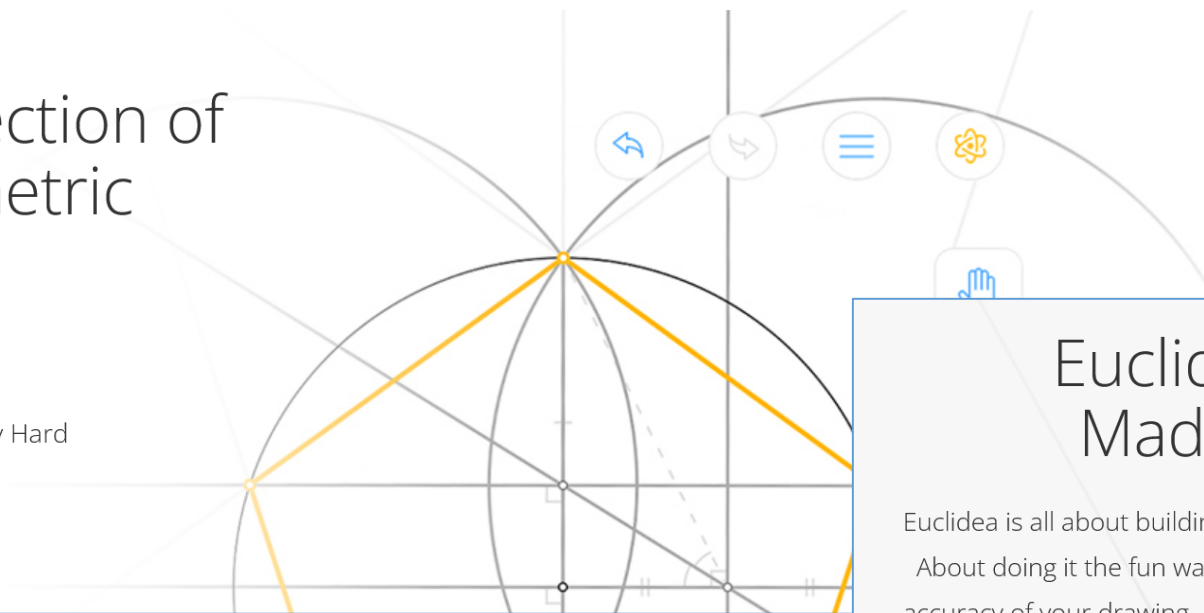
3.4.3 Terza lezione: usare le macro-costruzioni come nuovi strumenti 138

3.4.4 Quarta lezione: presentazione delle soluzioni 147

3.4.5 Quinta lezione: il contesto storico-matematico 149

The Largest Collection of Interactive Geometric Puzzles

- > 120 Levels: From Very Easy to Really Hard
- > 11 Tutorials
- > 10 Innovative Tools
- > Automatic Verification of Solutions



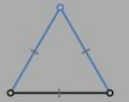
Euclidean Constructions Made Fun to Play With

Euclidea is all about building geometric constructions using straightedge and compass. About doing it the fun way. With Euclidea you don't need to think about cleanliness or accuracy of your drawing — Euclidea will do it for you. But it's also a game. A game that values simplicity and mathematical beauty. Find the most elegant solution — the one, which is built in the least possible moves, — and you'll get the highest score.

Lezione introduttiva: **Euclidea**

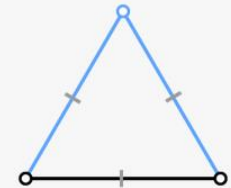
- Creare una situazione a-didattica
- Costruzioni geometriche con vincoli (L ed E)
- Costruzione di macro





4L 4E

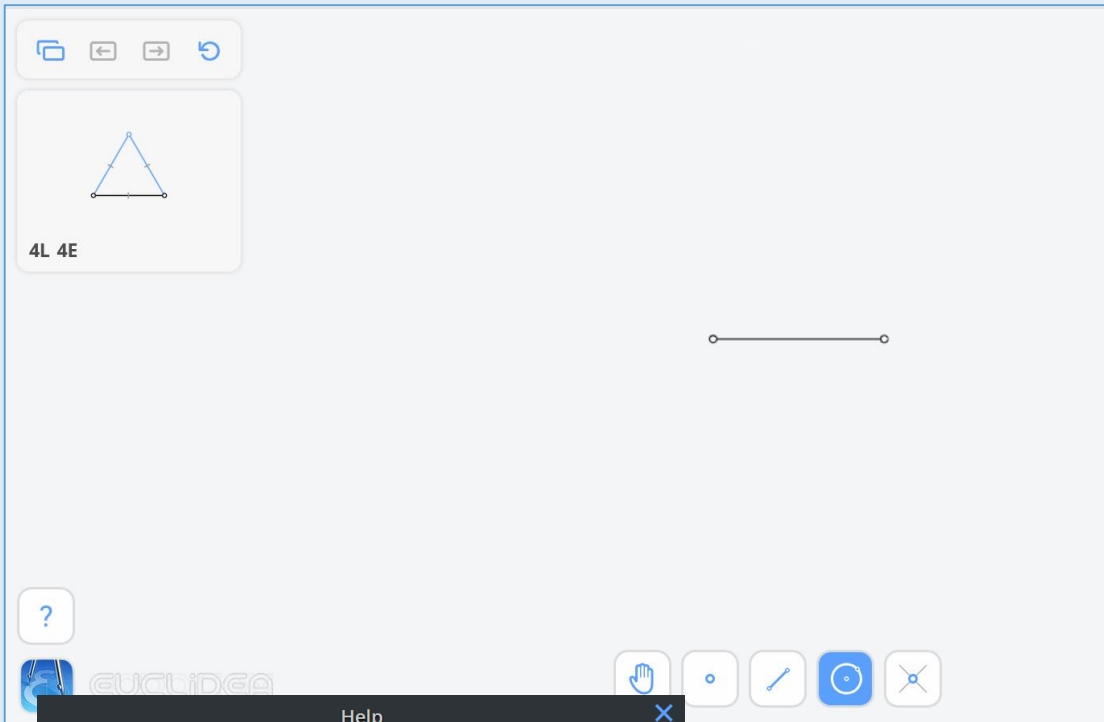
Equilateral Triangle ✕



Construct an equilateral triangle with the given side. The construction must be exact. Guessing even very close points does not count as a solution.

Goal: 4L 4E ? ☆☆☆





Help		
	Point Tool	0L 0E
	Line Tool	1L 1E
	Circle Tool	1L 1E
	Perpendicular Bisector Tool	1L 3E
	Perpendicular Tool	1L 3E
	Angle Bisector Tool	1L 4E
	Parallel Tool	1L 4E

Solution scoring (L and E)

Each solution is scored in two types of moves: L (straight or curved lines) and E (elementary Euclidean constructions). Points are not taken into account.

L counts tool actions: constructing a line, a perpendicular, and so on.

E counts moves as if a construction was made with real compass and straightedge. Each advanced tool has its own E cost (see the table below).

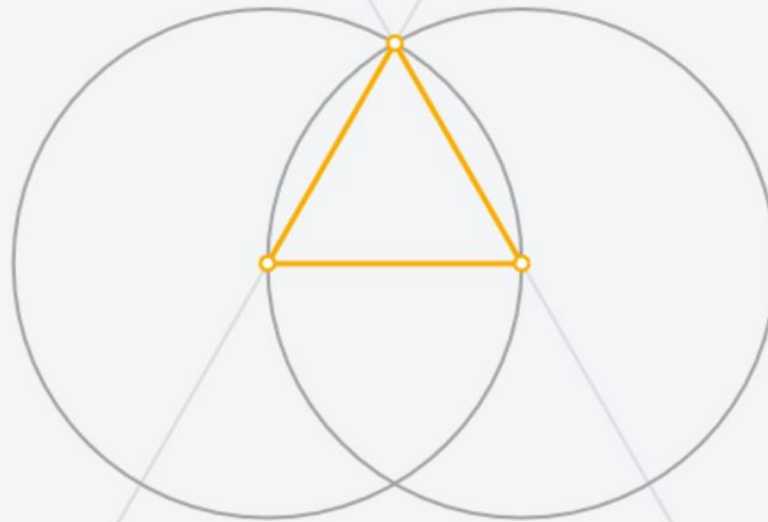
The goal is to solve a problem using the minimum number of moves. Each level has L and E goals. They are independent. A lot of problems have universal solution that satisfies both goals. But some problems should be solved twice: one solution to reach L goal and another solution to reach E goal.



4L 4E

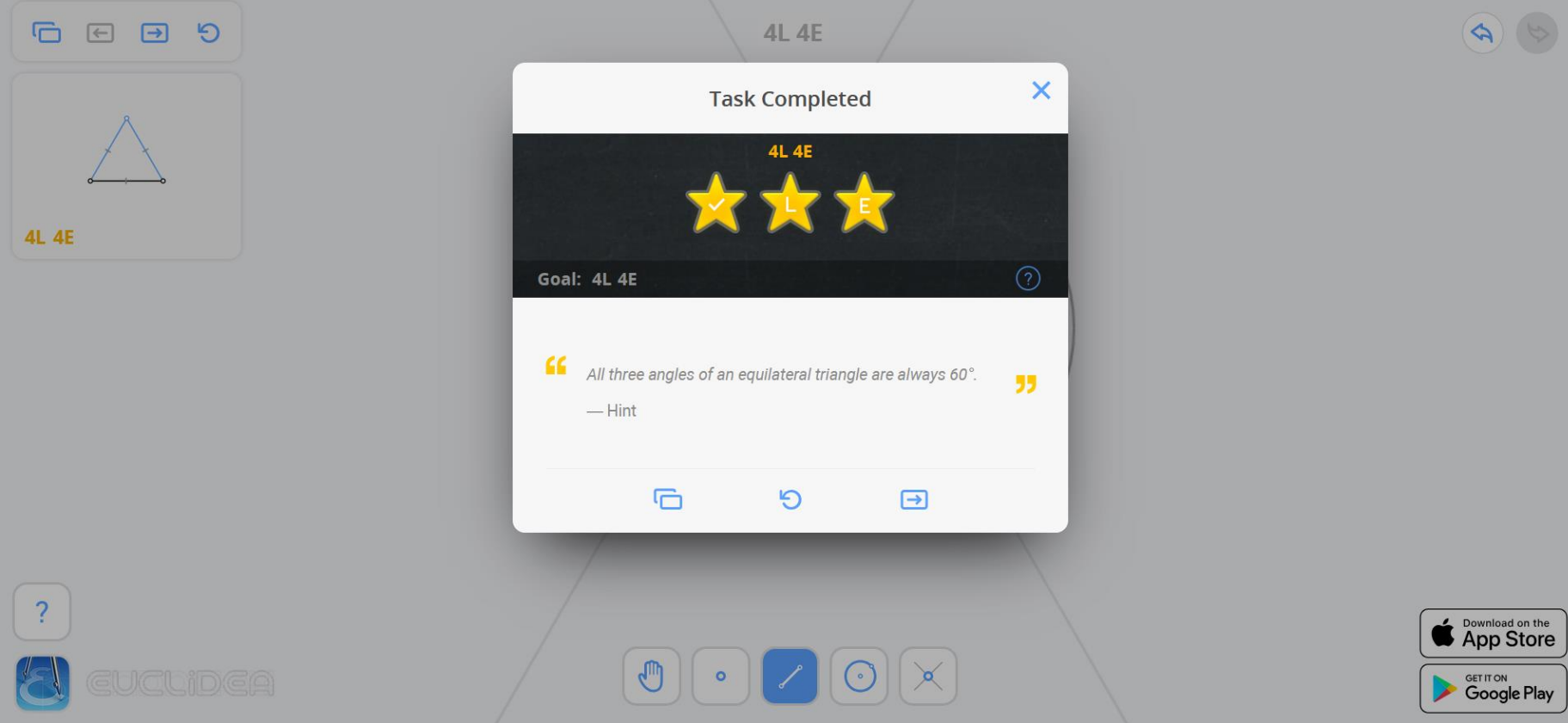


4L 4E



EUCLIDEA





Esercizio da svolgere a casa:
giustificare geometricamente la correttezza di alcune costruzioni
realizzate nel gioco

Seconda attività:

A coppie, ambiente GeoGebra.

Costruzione della macro «Compasso fisso»

Consegna: rifare alcune delle costruzioni già eseguite con Euclidea usando la nuova macro invece del compasso ad apertura variabile

Terza attività:

Discussione sulla dipendenza logica di due costruzioni assegnate

Quarta attività:

Il contesto storico (flipped)

Discussione

Quinta attività:

Confronto tra una costruzione «stile Ferrari» e una «stile Tartaglia»