

# Buchi neri, gravità e termodinamica

Francesco Belgiorno

Politecnico di Milano

Milano, 13 Gennaio 2021

# Sommario

- 1 Gravità Newtoniana e Relatività Generale
- 2 Gravità estrema e buchi neri
- 3 Penrose e i teoremi di singolarità
- 4 Ghez e Genzel: il buco nero Sagittarius A\*
- 5 La foto del buco nero supermassiccio al centro di M87
- 6 Collisioni di BH (GW150914 e GW190521) ed il sublime
- 7 '...e io eterno duro' (ma non esattamente)

# Gravità Newtoniana

La forza di gravità nella meccanica newtoniana tra due oggetti puntiformi di masse  $m_1$  ed  $m_2$  segue la celeberrima legge di Newton

## Legge di Gravitazione Universale

$$F_{grav} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

dove  $r$  rappresenta la distanza tra i punti e  $G$  è la costante di Newton. La caratteristica di tale forza è di essere **puramente attrattiva**.

⇒ **Natura implosiva della Gravità.**

# La Relatività Generale

Nella visione di Einstein, il campo gravitazionale risulta essere una manifestazione della curvatura dello spazio-tempo

## Equazioni di Einstein

Lo spazio-tempo, il teatro degli eventi, non è più indipendente da quello che succede in esso, ma si deforma a seconda della distribuzione di materia-energia, secondo le equazioni di Einstein:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu},$$

dove il tensore di Einstein  $G_{\mu\nu}$  esprime la curvatura, ed il tensore energia-impulso  $T_{\mu\nu}$  esprime la distribuzione locale di energia-momento. L'incognita è la metrica  $g_{\mu\nu}$ , dalla quale entrambi dipendono.

L'energia dice alla geometria come curvarsi, la geometria dice alla materia come muoversi.

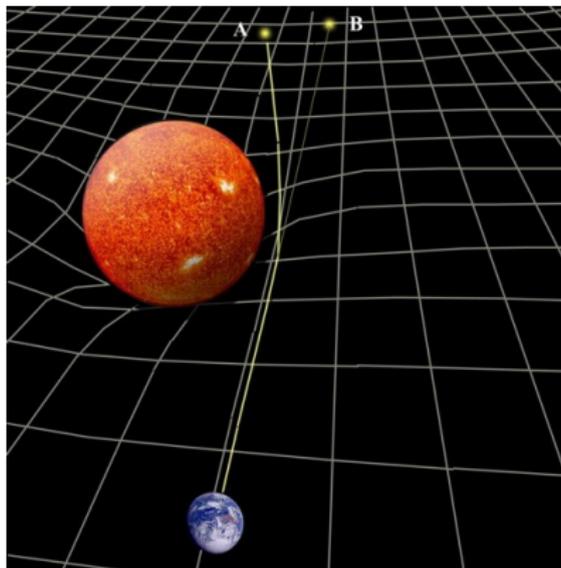
# La Relatività Generale

Anche gli oggetti non massivi, attraverso la loro energia, gravitano e quindi anche i raggi luminosi sono soggetti a muoversi lungo geodetiche, che si chiamano geodetiche nulle. Le particelle dotate di massa invece seguono le cosiddette geodetiche time-like.

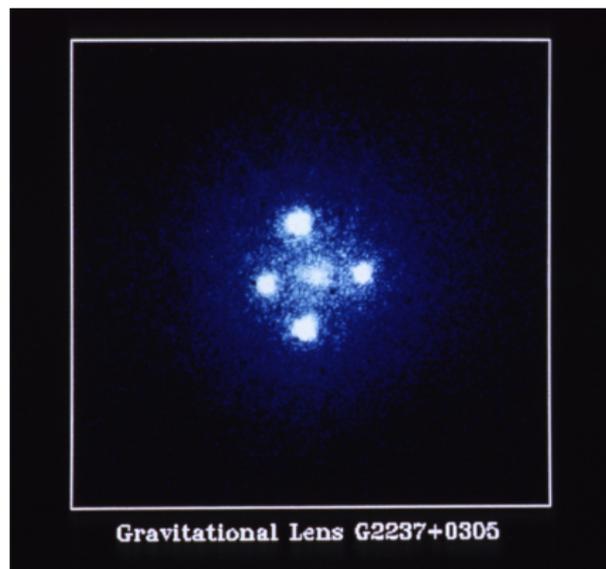
Per calcoli di precisione, anche in campi gravitazionali deboli, servono le correzioni di GR: ad esempio, un orologio al suolo batte più lentamente di uno in orbita per effetto di GR, e tale correzione (piccola!) è indispensabile per un buon funzionamento dei localizzatori GPS.

# Geodetiche e raggi luminosi

Sulla base della Relatività Generale, lo spazio-tempo viene incurvato dalla presenza di massa-energia



# Geodetiche e raggi luminosi: the 'Einstein Cross'



Four images (Hubble telescope) of a very distant quasar which has been multiple-imaged by a relatively nearby galaxy acting as a gravitational lens.  
Credits: NASA, ESA, and STScI

# Interazioni fondamentali

La forza gravitazionale ha la caratteristica di essere la più debole tra le interazioni fondamentali note in natura. Di fatto, può essere trascurata a livello dei processi subatomici esplorati negli acceleratori di particelle (LHC).

## Forza forte

scale nucleari  $\sim 10^{-15}$  m

## Forza elettromagnetica

long range

## Forza debole

scale subnucleari  $\sim 10^{-18}$  m

## Forza gravitazionale

long range

# Interazioni fondamentali

Le forze forte e debole agiscono solo su scale nucleari, le uniche interazioni macroscopiche sono elettromagnetismo e gravità. Ma, mentre l'interazione elettromagnetica viene schermata dalla presenza di cariche di segno opposto, l'interazione gravitazionale non può essere schermata. Su scale di concentrazioni di massa-energia sufficientemente grandi, la gravità diventa l'interazione con la quale non si può evitare di fare i conti. La sua non schermabilità, il suo essere solo attrattiva diventa la ragione per cui essa governa i sistemi dalla scala dei pianeti fino alle scale cosmiche. A livello di dinamica stellare, diventa l'interazione che, creando compressioni intensissime, innesca le reazioni nucleari di fusione che servono alle stelle, grazie alla pressione di radiazione, a contrastare la tendenza altrimenti implosiva della forza gravitazionale.

# Stadi finali dell'evoluzione stellare

Le reazioni nucleari di fusione sono esogene fino alla produzione di ferro. Partendo dalla combustione dell'idrogeno e fino al ferro, la pressione di radiazione sostiene anche stelle di oltre 250 masse solari. Quando il combustibile nucleare si esaurisce, la stella collassa, e fino a certi limiti della sua **massa residua** il collasso viene fermato da effetti quantistici:

Si indichi con  $M_{\odot}$  la massa del Sole:  $M_{\odot} \simeq 1.989 \cdot 10^{30}$  kg.

## limite di Chandrasekhar

fino a  $\sim 1.4M_{\odot}$ :  $\mapsto$  **nana bianca**

la pressione di degenerazione degli **elettroni** (principio di esclusione di Pauli) impedisce l'ulteriore collasso della stella.

Massa iniziale  $M_0$  della stella: tale che  $M_0 < 8M_{\odot}$ .

## limite di Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)

da 1.4 fino a  $\sim 3M_{\odot}$  (?):  $\mapsto$  stella di neutroni

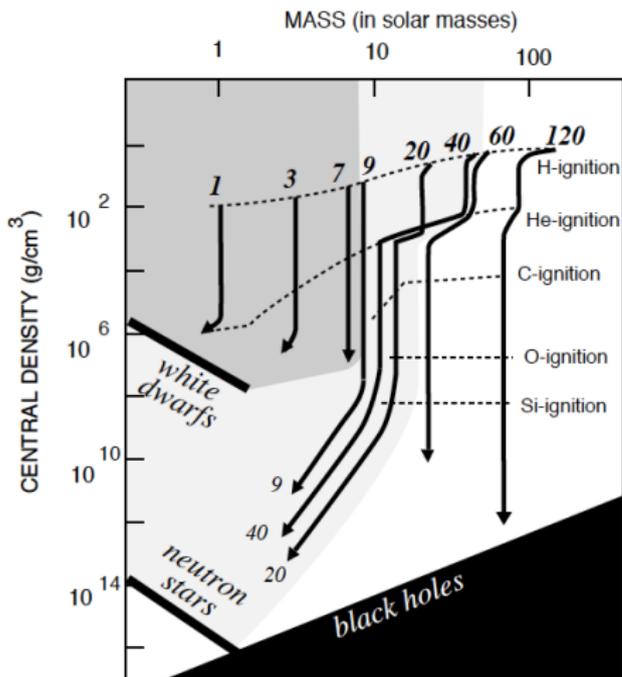
la pressione di degenerazione dei **neutroni** (principio di esclusione di Pauli) impedisce l'ulteriore collasso della stella.  
 Massa iniziale  $M_0$  della stella: tale che  $8M_{\odot} < M_0 < 45M_{\odot}$ .

Tra  $20M_{\odot}$  e  $40M_{\odot}$  c'  un'importante perdita di massa nello stadio del bruciamento di He.

C'  incertezza sul limite TOV associata al fatto che il comportamento della materia nucleare in condizioni estreme non   ben noto.

In ogni caso, nell'evento GW190814   stata registrata la collisione tra un buco nero di  $23 M_{\odot}$  e una (presunta?) stella compatta di neutroni tra  $2.5M_{\odot}$  e  $3M_{\odot}$ .

## Fasi finali (da J.-P. Luminet, arXiv: astro-ph/9801252)



# Buchi neri

**Situazione critica:** in presenza di concentrazioni sufficientemente elevate di massa-energia il campo gravitazionale diventa talmente intenso da creare regioni da cui nemmeno la luce riesce a sfuggire → **buco nero**.

Prime idee di buco nero:

- **John Michell** (1783): concentrazioni di massa sufficientemente elevate potrebbero comportare l'esistenza di velocità di fuga superiori a  $c$ : nemmeno la luce potrebbe sfuggire.
- **Pierre-Simon de Laplace** (1796,1799): da una stella densa come la Terra e con un raggio 250 volte quello del Sole nemmeno la luce riesce a sfuggire.

# Buchi neri

In ambito di GR, materia ed energia collassano inarrestabilmente, dando origine a una regione di spazio-tempo, il buco nero (BH), da cui non è possibile ricevere segnali, il cui bordo viene definito **orizzonte degli eventi**.

I buchi neri possono essere stati finali di stelle massicce ma anche costituire i nuclei delle galassie.

Esempi astrofisici: Cygnus X-1 (sistemi binari), centri galattici della Galassia, di Andromeda, di M87, dei quasars... Nella Galassia si stima vi siano  $10^7 - 10^8$  buchi neri stellari.

# Buchi neri

Cygnus X-1 (rappresentazione pittorica. ESA/Hubble)



# La prima soluzione esatta di GR

## Metrica di Schwarzschild (1916)

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\varphi^2)$$

$$f(r) := 1 - \frac{r_+}{r},$$

dove si definisce **raggio di Schwarzschild**  $r_+ := 2M \frac{G}{c^2}$

Essa rappresenta l'unica soluzione di vuoto delle equazioni di GR all'esterno di un corpo sferosimmetrico di massa  $M$  (teorema di Birkhoff) ed anche rappresenta la prima soluzione di buco nero di GR.

Presenta una singolarità apparente (di coordinate) in corrispondenza di  $r = r_+$ . Se la materia collassa a  $r < r_+$ , si ha un buco nero, e  $r = r_+$  corrisponde all'orizzonte di buco nero.

# La prima soluzione esatta di GR

La soluzione di Schwarzschild contiene anche una **singolarità di curvatura** per  $r \rightarrow 0$  (ineliminabile) in corrispondenza della quale gli invarianti di curvatura esplodono, ad esempio

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \propto \frac{1}{r^6}.$$

**Le geodetiche diventano incomplete** alla singolarità: non si può predire la fisica.

# BH, trapped surfaces e singolarità: il contributo di Penrose

La presenza della singolarità di curvatura fa pensare che quella parte della soluzione sia non fisica, e che l'idea stessa di buco nero sia da rigettare.

La scuola sovietica di L.D.Landau afferma di aver risolto il problema della singolarità nel 1963: attraverso l'uso di perturbazioni rispetto alla simmetria sferica, nel collasso gravitazionale realistico la singolarità non si forma.

Il risultato viene ribaltato da **Roger Penrose** nel 1965: sotto ipotesi ragionevoli sulla densità di energia, e quando il campo gravitazionale diventa sufficientemente intenso, le singolarità sono inevitabili, e sono un portato naturale della GR.

## BH, trapped surfaces e singolarit : il contributo di Penrose

## Penrose singularity theorem (1965)

Se la densit  di energia per le geodetiche timelike   maggiore o uguale a zero (strong energy condition o SEC), se esiste nello spazio-tempo una ipersuperficie per i dati iniziali (di Cauchy) non compatta, ed esiste una superficie chiusa ‘trapped’, allora esistono geodetiche nulle incomplete nel futuro.

**trapped surface**: superficie spaziale bidimensionale tale che i raggi luminosi che originano da essa e ortogonali ad essa sono sempre convergenti (non riescono ad uscire). **Prototipo**: regione per  $r < r_+$  nella soluzione di buco nero di Schwarzschild. Per campi sufficientemente intensi le trapped surfaces si devono formare nel collasso.

## BH, trapped surfaces e singolarità: il contributo di Penrose

slide saltata nel seminario R. Penrose, Rivista del Nuovo Cimento, Numero Speciale I, 257 (1969)

“...In order to characterize the situation of collapse “past a point of no return”, I shall first need the concept of a trapped surface... We ask what qualitative peculiarity of the region  $r < 2m$  (after the star has collapsed through) is present. Can such peculiarities be related to the fact that everything appears to be forced inwards in the direction of the centre?... the peculiarities of the  $0 < r < 2m$  region must be of a partially “global” nature... ...a point actually represents a spherical 2-surface in space-time, this being traced out as the  $\theta, \varphi$  coordinates vary. The surface area of this sphere is  $4\pi r^2$ . We imagine a flash of light emitted simultaneously over this spherical surface T. For an ordinary spacelike 2-sphere in flat space-time, this would result in an ingoing flash imploding towards the centre (surface area decreasing) together with an outgoing flash exploding outwards (surface area increasing). However, with the surface T, while we still have an ingoing flash with decreasing surface area as before, the “outgoing” flash, on the other hand, is in effect also falling inwards (though not as rapidly) and its surface area also decreases.

# BH, trapped surfaces e singolarità: il contributo di Penrose

slide saltata nel seminario R.Penrose, Rivista del Nuovo Cimento, Numero Speciale I, 257 (1969)

## Trapped surface

T is a spacelike closed 2-surface such that the null geodesics which meet it orthogonally all converge initially at T.

“This convergence is taken in the sense that the local surface area of cross-section decreases, in the neighbourhood of each point of T , as we proceed into the future. (These null geodesics generate, near T , the boundary of the set of points lying causally to the future of the set T .) Such a T is called a trapped surface. ...the presence of a trapped surface always does imply the presence of some form of space-time singularity.”

# BH, trapped surfaces e singolarità: il contributo di Penrose

Contributi fondamentali di Penrose:

- Nozione di trapped surface per lo studio del caso di campi gravitazionali intensi
- Idea della singolarità in un senso più generale che nei modelli: non tanto singolarità di curvatura, quanto presenza di geodetiche nulle o timelike incomplete nel futuro
- Uso di tecniche di topologia differenziale in ambito di GR

Il risultato viene giudicato come il primo importante risultato di GR genuinamente post-Einstein.

## Singularità in GR: problematiche aperte

Singularità come quelle previste da Penrose rappresentano in effetti un problema per GR: geodetiche incomplete rendono imprevedibile la fisica, impedendo di capire cosa succede alle particelle che incontrano le singularità. Una singularità nuda, ovvero 'visibile' non è accettabile, nella misura in cui porta al fallimento del determinismo. Penrose stesso formula allora la

### Cosmic Censorship Conjecture o CCC (1969)

Le singularità di cui al teorema di Penrose sono protette da un orizzonte degli eventi.

La CCC, ancora da dimostrare, non risolve il problema che per gli osservatori esterni all'orizzonte. Per quelli che cadono nel buco nero non c'è modo di evitare il problema...

Un feeling generalizzato tra gli esperti è che la Quantum Gravity o la String Theory risolvano il problema delle singularità.

# Singularità in GR: problematiche aperte

R. Penrose, *Rivista del Nuovo Cimento*, Numero Speciale I, 257 (1969)

“We are thus presented with what is perhaps the most fundamental unanswered question of general-relativistic collapse theory, namely: does there exist a “cosmic censor” who forbids the appearance of naked singularities, clothing each one in an absolute event horizon? In one sense, a “cosmic censor” can be shown not to exist. For it follows from a theorem of Hawking [19] that the “big bang” singularity is, in principle, observable. But it is not known whether singularities observable from outside will ever arise in a generic collapse which starts off from a perfectly reasonable nonsingular initial state.”

## Sagittarius A\*

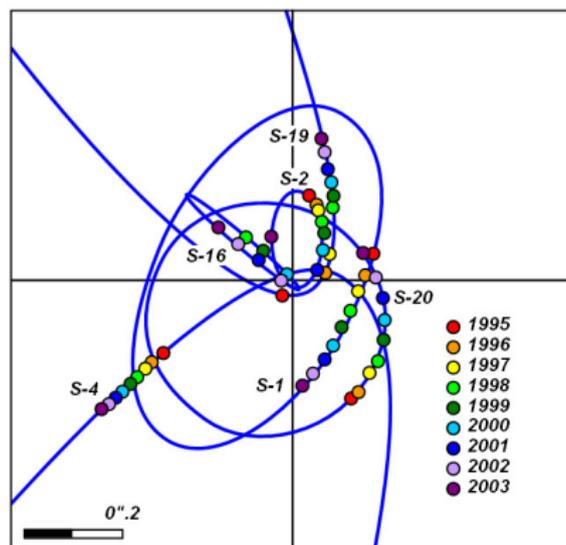
## Sagittarius A\*

Le misure condotte dai gruppi di ricerca capitanati da **Andrea Ghez** e **Reinhard Genzel** hanno consentito di stabilire che al centro della Galassia esiste un buco nero massiccio di circa  $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$ , con un raggio stimato ordine di  $10^7$  km.

Misura: orbite kepleriane

Su scala astrofisica, si tratta di un oggetto estremamente compatto in rapporto alla sua gigantesca massa. Ad esempio, la stella supergigante rossa MY Cephei, di circa  $14.5 M_{\odot}$ , ha un raggio di più di 2000 raggi solari: ordine di  $1.4 \cdot 10^9$  km.

## Sagittarius A\*: Orbite Stellari



Fonte: Disegno sulla base dei dati Ghez A. Recent Advances Made with a Decade of Diffraction-Limited Data from the W.A. Keck 10 m Telescopes // The Newsletter of Galactic Center Research, 2004, Vol. 17 Autore AdmiralHood

# Il buco nero supermassiccio in M87

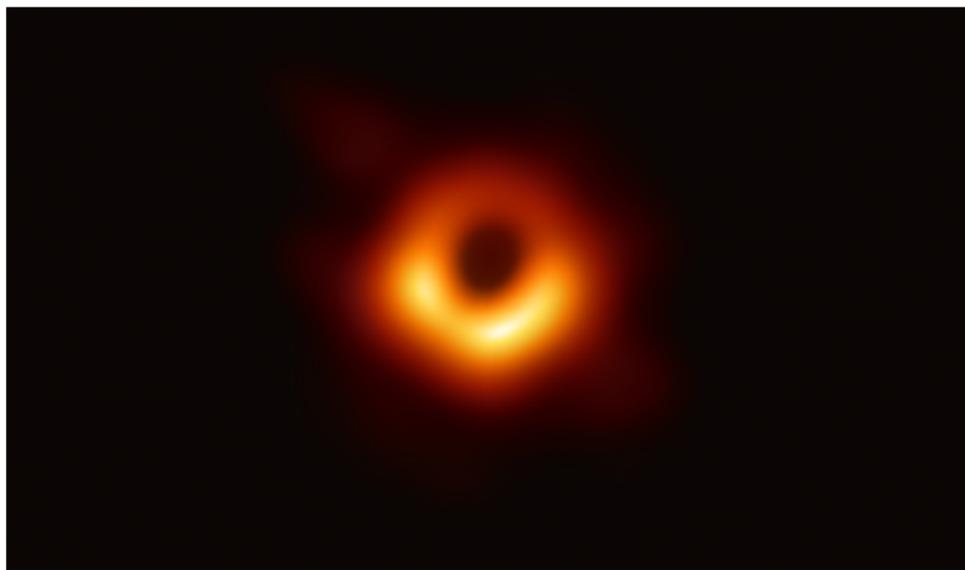
La collaborazione internazionale Event Horizon Telescope (EHTC) nel 2018 ha annunciato di aver ottenuto la prima immagine di un buco nero.

## BH di M87

È stata ricostruita, partendo dalla banda delle onde radio dei segnali originari, l'immagine del buco nero supermassiccio al centro della galassia ellittica M87. La sua massa è  $\sim 6.5 \cdot 10^9 M_{\odot}$ , con un raggio stimato di  $\sim 4 \cdot 10^{10}$  km.

La “shadow of the BH” è circa 2.5 volte l'orizzonte.

# Il buco nero supermassiccio in M87



Credit: Event Horizon Telescope Collaboration

## Collisioni di BH: eventi sublimi

La nuovissima scienza delle onde gravitazionali sta contribuendo anche a fornire preziose informazioni sui buchi neri nell'universo.

### GW150914

Onde gravitazionali prodotte dalla collisione di due buchi neri di circa  $29 M_{\odot}$  e  $36 M_{\odot}$ , a formare un buco nero finale di  $62 M_{\odot}$ . Nell'ultima frazione di secondo dell'evoluzione del sistema binario (coalescenza) sono state liberate  $3 M_{\odot}$  in energia sotto forma di onde gravitazionali.

Si tratta in assoluto di uno dei fenomeni (puramente di GR) più energetici mai registrati, con un picco di potenza ordine della potenza in radiazione elettromagnetica dell'intero universo nello stesso istante...e se non è sublime questo...

# Collisioni di BH: eventi sublimi

In altri termini: l'energia liberata è ordine di  $10^{30}$  bombe nucleari tra le più potenti mai costruite (50 megatoni).

## GW190521

L'evento GW190521 ha coinvolto due buchi neri con masse ordine di  $85 M_{\odot}$  e  $66 M_{\odot}$ , con un buco nero finale ordine di  $142 M_{\odot}$ . Circa  $10 M_{\odot}$  sono state convertite in energia di onde gravitazionali alla coalescenza...

## '...e io eterno duro' [Inferno, III, 8] (ma non esattamente)

Sulla base della GR non è possibile che un buco nero perda massa o possa essere distrutto: una volta formato esso è eterno. Qualsiasi processo fisico classico noto non può fare altro che accrescerne la massa. Le uniche parti delle geometrie di buco nero da cui sia possibile estrarre energia sono le cosiddette ergoregioni, che si trovano all'esterno dell'orizzonte. Una volta che esse siano esaurite, la massa irriducibile del BH non è estraibile.

Dunque la GR classica prevede un futuro illimitato per il BH.

# Radiazione di Hawking

Dall'orizzonte di BH non è possibile estrarre energia dal buco nero stesso, sulla base di nessun processo della fisica classica. Ma se teniamo conto della meccanica quantistica rimane 'nero'?

La meccanica quantistica (teoria quantistica dei campi) prevede che il vuoto (assenza di particelle) sia un continuo ribollire di coppie di particelle virtuali che rimangono inosservabili, a meno che non si possa fornire loro l'energia per diventare particelle reali (misurabili nei rivelatori)

# Radiazione di Hawking: la prossima frontiera

## La radiazione di Hawking

S.W.Hawking (1974): Buco nero + campo quantistico



evaporazione: emissione di radiazione termica

Il risultato di Hawking ha un impatto importantissimo sugli studi

- sui buchi neri: si riesce a dare un senso termodinamico vero e proprio alle leggi della meccanica dei buchi neri
- sulla teoria di campo quantistica in spazio-tempo curvo...

# Radiazione di Hawking: troppo debole...

...ma non è misurabile direttamente: nel caso di un buco nero di massa pari alla massa del Sole  $M_{\odot}$  si trova

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M_{\odot}} \sim 50 \times 10^{-9} K$$

$$P_H = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M_{\odot}^2} \sim 9 \times 10^{-28} W$$

Troppo debole per essere rilevata da buchi neri astrofisici

...ma misurabile in analoghi dei BH in materia condensata  
(Analogue Gravity)

# Radiazione di Hawking e tempo di evaporazione

Il tempo di vita di un buco nero rimane enorme: il tempo di evaporazione nel vuoto (no disco di accrescimento) di un buco nero di una massa solare è ordine di  $10^{67}$  anni, ovvero  $10^{57}$  volte l'età dell'Universo...non è eterno ma...parecchio longevo. Vale

## Tempo di evaporazione nel vuoto

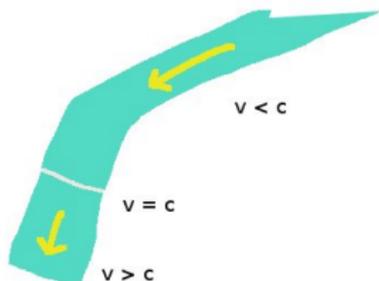
$$t_{\text{evaporazione}} \simeq 2 \cdot 10^{67} \left( \frac{M_0}{M_\odot} \right)^3 \text{ yr}$$

Dunque, evaporando nel vuoto, un buco nero supermassiccio di  $10^{10}$  masse solari impiegherebbe  $10^{97}$  anni a sparire.

Il problema dello stato finale dell'evaporazione è tuttora un problema aperto.

## I modelli analoghi

slide saltata nel seminario



**W.G.Unruh, 1981:** le onde sonore in un mezzo, in condizioni opportune, si comportano come un campo scalare in uno spaziotempo curvo

**Buchi muti** (dumb holes): l'analogo meccanico dei buchi neri astrofisici → le onde sonore non possono emergere → **ma** quantisticamente si può avere emissione di particelle. Il meccanismo di base consiste nel creare un flusso di fluido che in certe regioni assuma velocità superiore alla velocità del suono nel fluido → si possono avere orizzonti per le onde sonore

**Idea generale:** simulare fenomeni gravitazionali mediante modelli analoghi, controllabili in laboratorio

# Buchi neri analoghi

slide saltata nel seminario

Spaziotempo analogo



Orizzonti analoghi



Il meccanismo di Hawking (se applicabile) predice un'emissione di radiazione (di tipo termico in assenza di forti effetti di dispersione)



**Radiazione di Hawking analoga**

La geometria efficace associata replica alcuni aspetti fondamentali della fisica dei buchi neri, in particolare la presenza di orizzonti e dell'analogo della radiazione di Hawking. Solo una specie di particelle (associata al campo che 'vede' l'orizzonte) risente della geometria curva e viene coinvolta nel processo di emissione di radiazione.

# Bibliografia divulgativa

## Bibliografia divulgativa

- Steven S. Gubser e Frans Pretorius - I buchi neri - Boringhieri (2017)
- Luciano Rezzolla - L'irresistibile attrazione della gravità - Rizzoli (2020)