Caro …,

grazie per le gentili parole e per l'apprezzamento del mio lavoro. Anche se ho cercato di renderlo leggero mi è costato parecchia fatica! Vedo che la forma dialogica – pur distante da quelle classiche, ma adatta ai riferimenti e alle citazioni – ti è piaciuta, e lo dimostri "dal vivo"!

Ho tardato a risponderti per essere più preciso sulla questione dei numeri normali. Naturalmente nel libro non potevo essere troppo pedante, e forse le mie definizioni sono un po' vaghe (ma lo spirito quello di incuriosire e far meditare dunque ho colpito nel segno!).

Il sito [www13] http://mathworld.wolfram.com/NormalNumber.html citato in nota se la cava definendo i numeri normali solo tra gli irrazionali; io però ho seguito Hardy & Wright (che quanto ad autorità nel campo non sono secondi a nessuno), i quali chiamano un numero x (nell'intervallo [0,1], conta solo la parte dopo la virgola):

- semplicemente normale in base r ("in the scale of r") se per ogni cifra (r-aria) b il numero medio di occorrenze nella rappresentazione di x tende a $1/r$; questo è appunto quello che succede nel tuo esempio (in base 10 ogni numero razionale che, scritto in forma decimale, dopo un certo antiperiodo (a tua scelta) prosegue con un periodo dato da una qualsiasi permutazione dei numeri 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 non è forse "normale"?), che fanno pure loro;
- normale in base r se tutti i numeri x, rx, r^2x, …, r^mx, … sono semplicemente normali in tutte le basi r, r^2, r^3, …… r^k …
- normale in ogni base quelli che io ho chiamato assolutamente normali (seguendo, se ricordo bene, Borel, oltre che certamente [www13]).

Con questa definizione, se x è normale non solo ogni cifra appare con la stessa frequenza limite, ma anche ogni coppia di cifre (cioè ogni cifra in base r^2), ogni terna ecc. Lo stesso afferma [www13]. Quando Gauss, a pag. 117, dice che le cifre sono casuali "sotto ogni punto di vista" intende appunto questo, sia pure in modo assai sfumato (ma il gioco a poker con pi greco induce allo stesso pensiero).

Il numero 0,(0123456789) dunque è semplicemente normale ma non normale, perché solo pochissime coppie di cifre vi si trovano, e con frequenza eccessiva; è banale generalizzare e dire che un razionale non può essere normale (motivo per cui [www13] si permette di dare la definizione solo per gli irrazionali). Devo ammettere che non mi è chiaro il motivo per cui nella definizione di numero normale si faccia riferimento a x, rx, r^2x, … e non semplicemente a x, dato che in fondo hanno tutti lo stesso andamento asintotico, essendo privati solo di un antiperiodo di lunghezza arbitraria.

Comunque i numeri non assolutamente normali restano un'infinità numerabile, e dunque quasi tutti sono assolutamente normali per quanto, se ben capisco, non se ne conosca neppure uno con certezza; e già i numeri normali in una certa base non sono facili da individuare, il più "facile" essendo la costante di Champernowne (che risale, come è detto, al 1933). La parte difficile della dimostrazione è che i numeri semplicemente normali in una base fissata sono un'infinità numerabile; poi basta notare che r^m e r^k sono numerabili al variare di r , m e k.

Spero di aver appagato la tua curiosità; se no, a risentirci per i-mail!

Cordiali saluti
Claudio Citrini