



# PRESENTAZIONE DEL CORSO “CHE DIMOSTRAZIONE”

Chiara Andrà & Rosa Iaderosa  
21 ottobre 2016



# PERCHÈ LA DIMOSTRAZIONE?

“...La matematica è costituita da enunciati in cui sono coinvolti continuamente due aspetti: le **definizioni dei concetti** e le **relazioni tra questi**.

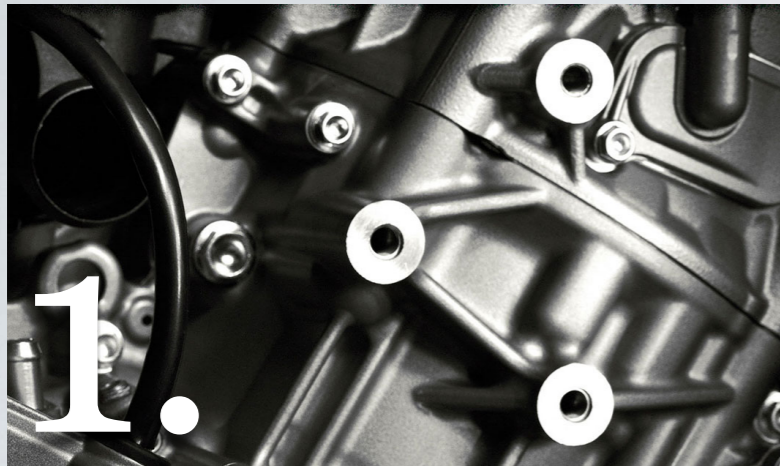
**Comprendere la matematica** significa possedere queste due funzioni del discorso.

Le attività didattiche sono quindi finalizzate allo sviluppo di queste due funzioni, che affondano le loro radici nelle **attività discorsive** che il soggetto possiede in modo ‘naturale’ e che coinvolgono attività cognitive usuali...”

Dal documento *UMI Matematica 2001*







## Verbalizzazione



## Argomentazione



## Dimostrazione

Le funzioni del linguaggio sono essenziali per la costruzione dei significati matematici:

- definizioni
- relazioni

Esiste una relazione tra sviluppo delle competenze matematiche e sviluppo delle capacità di verbalizzazione

" ...Con il termine **argomentazione** si intende la presentazione di varie tesi e la loro verifica o confutazione con semplici ragionamenti, con esempi immediati o con prove sperimentali. ..."

(C. Marchini, 2003)

Durante la produzione di una **congettura**, l'alunno perviene progressivamente all'enunciato attraverso un'intensa **attività argomentativa** (giustificazione della plausibilità delle scelte compiute). Nella successiva fase di **dimostrazione**, l'alunno organizza in catena logica alcune delle giustificazioni (argomenti) prodotte durante la costruzione dell'enunciato.

(Boero, Garuti)



# ARGOMENTAZIONE: DEFINIZIONI GENERALI



Uno dei modi più semplici per caratterizzare l'argomentazione consiste nel partire dalla definizione di "*argomento*" come

*"ragione addotta per la validità di una affermazione" (può trattarsi di un dato, un'esperienza, riferimento a una teoria...),*

e nel considerare una "argomentazione" come

*"un discorso che coordina diversi argomenti al fine di giustificare una affermazione".*

# ARGOMENTAZIONE: DEFINIZIONI “DIDATTICHE”



L'argomentazione deve avere un ruolo centrale nell'insegnamento della matematica :

1. in quanto legata alla **dimostrazione** matematica e a forme di pensiero importanti in altre discipline
2. in quanto occasione per passare da un insegnamento puramente trasmissivo a forme di insegnamento - apprendimento centrate sulle **attività** degli allievi “mediate” dall'insegnante (*non si può promuovere argomentazione con una successione di spiegazioni, esercizi, interrogazioni e compiti in classe*) e ad interrogarsi sulle reali **competenze degli alunni** (non riducibili a nozioni e nemmeno a conoscenze)



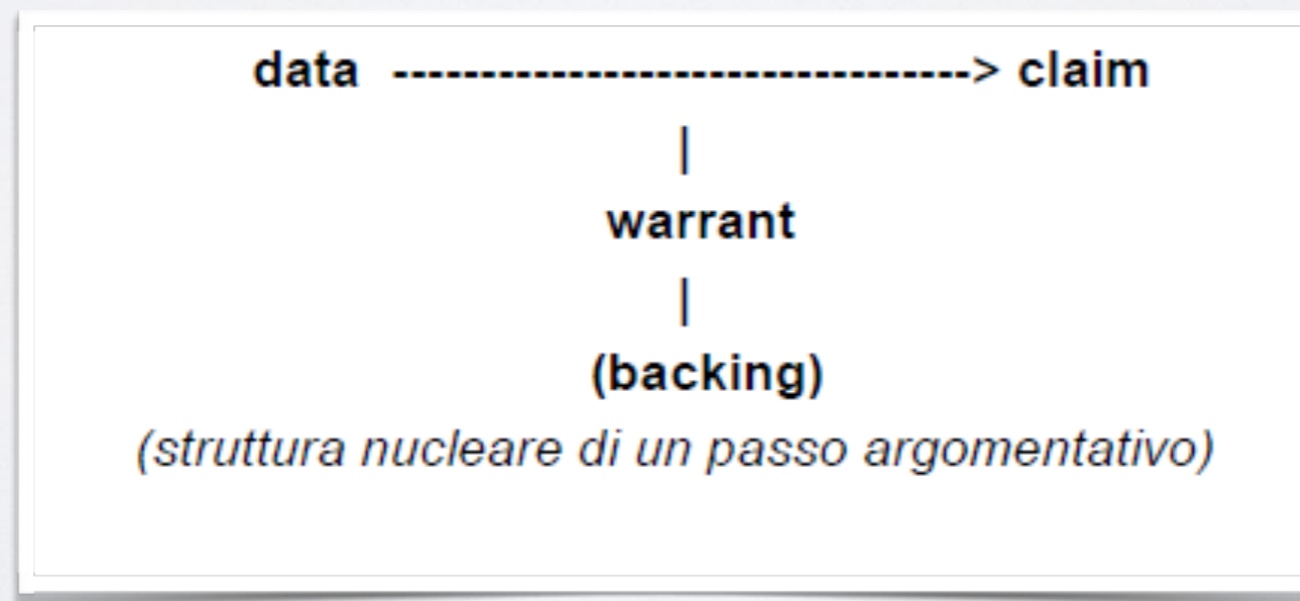
# ARGOMENTAZIONI: COME ANALIZZARLE? (TOULMIN)



Argomentazione è un testo costituito da uno o più passi argomentativi concatenati.

Un **passo argomentativo** è identificabile attraverso la presenza di un **DATO** (data), di una **CONCLUSIONE** (claim) e di una **GARANZIA** (warrant) che giustifica la validità della **CONCLUSIONE** tenuto conto del **DATO**.

A sua volta, il warrant può esplicitamente o implicitamente riferirsi a un insieme di conoscenze, principi, ecc. eventualmente organizzati in sistema: **SUPPORTO** (backing)





# DALL'ARGOMENTAZIONE ALLA DIMOSTRAZIONE



"...La matematica ha un modo proprio di trattare i problemi, a differenza delle scienze sperimentali, in cui convivono argomentazione e dimostrazione. Questo perché nella matematica sono presenti aspetti intuitivi e sperimentali oltre ai ben noti aspetti formali o deduttivi.

Lo studioso che affronta un problema, nella ricerca della soluzione procede con argomentazioni che possono avere la forma di ragionamenti di tipo induttivo o euristico o ancora per analogia, generalizzazione o particolarizzazione. In questa fase non vi è nulla di sistematico: è questo il momento in cui la fantasia e il gusto del matematico hanno il sopravvento e a volte la strada corretta da percorrere è frutto di conclusioni errate che vengono usate come ispirazioni.

Una volta individuata la soluzione, la giustificazione della stessa è affidata alla capacità di sviluppare il pensiero formale rigoroso mediante dimostrazioni. Infatti al ragionamento ipotetico deduttivo è affidato il compito che, ad esempio, in Fisica, è tenuto dall'esperimento concreto, cioè la conferma delle argomentazioni..."

(C. Marchini, 2003)



# DIMOSTRAZIONE



Nell'organizzazione del discorso dimostrativo è essenziale distinguere:

- l'aspetto **semantico** (legato ai significati)
- l'aspetto **sintattico** (legato alle regole di strutturazione in cui dalla premessa, attraverso le regole di inferenza, si deduce la conseguenza)

E' necessario indagare e costruire competenze sia per quanto riguarda la sintassi che la semantica.

Può essere opportuno didatticamente, a volte, **separare** le due tipologie di attività.



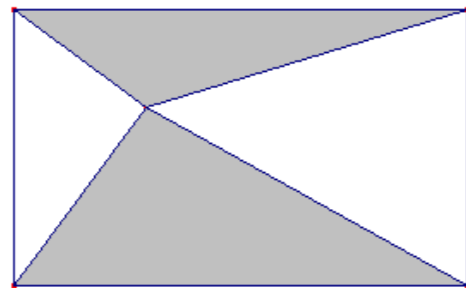
# LA NOSTRA PROPOSTA - I

Vogliamo indagare le **competenze in ingresso** nella scuola secondaria di secondo grado dei ragazzi che parteciperanno, di provenienza eterogenea rispetto all'indirizzo di studi.

## Classi prime

1. Giovedì 3 novembre

- problemi aritmetici del tipo “è sempre vero che la somma di due numeri dispari è pari?”
- problemi geometrici



## Classi terze

Lunedì 28 novembre

- dimostrazioni con riordino
  - non-razionalità di radice quadrata di 2
  - un teorema di geometria piana (es. Pitagora)
- dimostrazione libera
  - geometria

2. Giovedì 15 dicembre

- successioni
- algebra



# LA NOSTRA PROPOSTA - 2

## Classi prime

1. Giovedì 26 gennaio
  - successioni
2. Giovedì 16 febbraio
  - algebra applicata alla geometria
3. Giovedì 9 marzo
  - geogebra: ricostruzione delle ipotesi e della tesi dalla figura
  - dal testo verbale alla costruzione con geogebra

## Classi terze

1. Lunedì 23 gennaio
  - geometria euclidea
2. Lunedì 30 gennaio
  - geom euclidea vs analitica
3. Lunedì 13 febbraio
  - rette
  - trigonometria

Saranno documentati e analizzati sia i momenti di attività e il processo di costruzione di argomentazioni da parte dei ragazzi, sia le loro produzioni.

Importante sarà il loro modo di interagire e discutere in gruppo per “convincersi” e per “convincere”.



# I MATERIALI SCELTI

Si utilizzeranno enunciati, situazioni a partire dalle quali i ragazzi dovranno produrre congetture e validarle, test *cloze* per mettere a fuoco le inferenze  
....ma soprattutto problemi

# I PROBLEMI

Con i problemi possiamo fornire ai ragazzi l'opportunità di utilizzare più modalità argomentative.

Nel progettare il percorso risolutivo l'allievo deve esercitare sia il pensiero interpretativo che quello previsionale, deve evidenziare le teorie (o le conoscenze) che supportano le sue affermazioni, deve riuscire ad utilizzare il linguaggio in maniera chiara e precisa per comunicare con i pari e con l'insegnante.



# QUALI PROBLEMI?

Abbiamo scelto di utilizzare molti problemi del Rally Matematico Transalpino:

- perché si prestano a un molteplicità di strategie
- si adattano a più livelli di conoscenza matematica
- sono centrati anche su un'attenta analisi del testo e richiedono di argomentare le soluzioni.