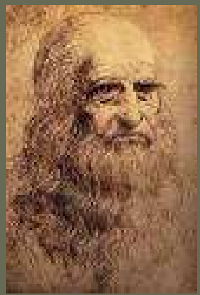
Seminario Effediesse
Milano Politecnioco
13 novembre 2019

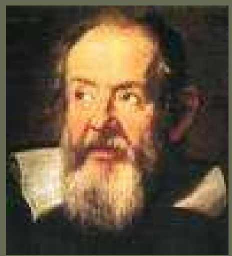
LA ***RETROMARCIA*** IN MATEMATICA
INVERTIRE FORMULE, FUNZIONI, OPERATORI

Primo Brandi – Anna Salvadori

La Matematica lingua della Scienza e Tecnologia



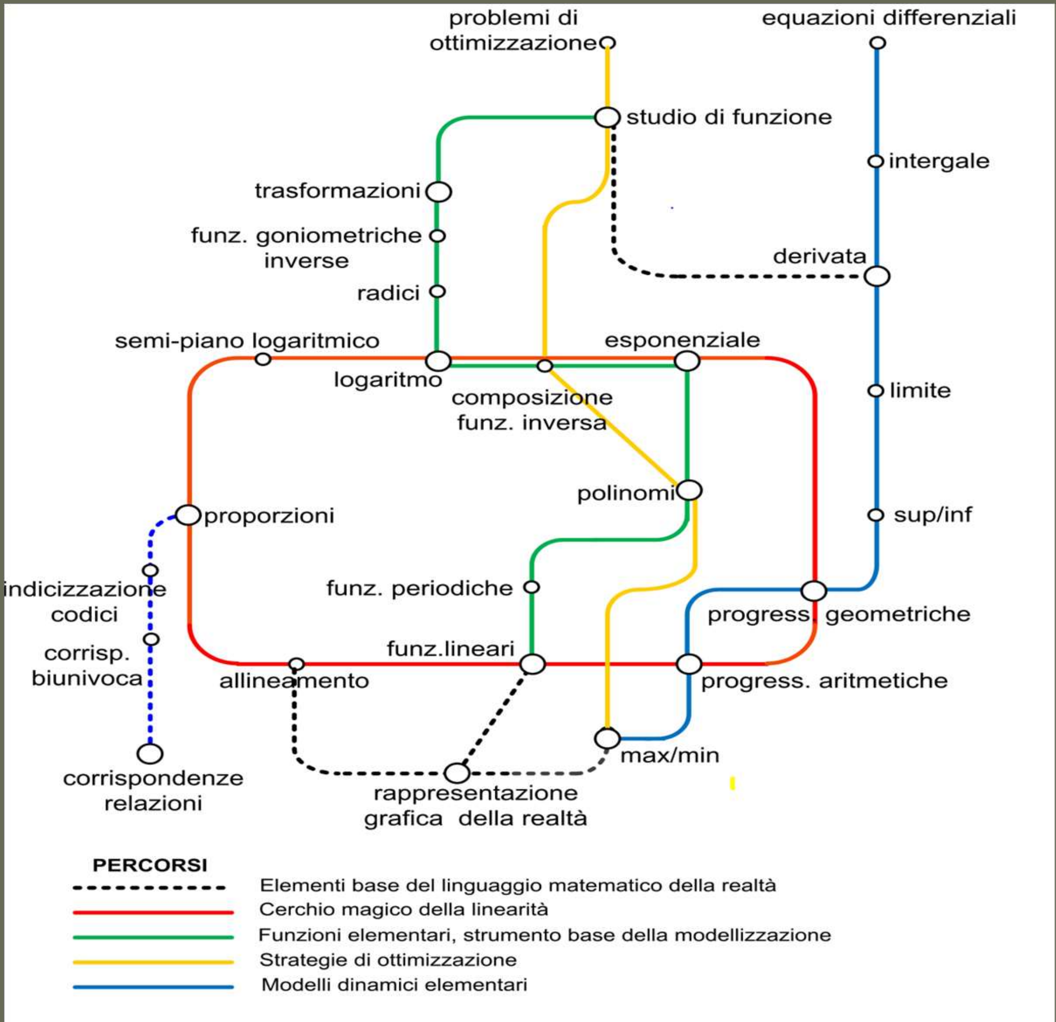
Nessuna investigazione si può dimandare vera scienza, s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni
Trattato della pittura, Leonardo Da Vinci (1452-1519)



l'universo non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua e conoscer i caratteri nei quali è scritto. Egli è **scritto in lingua matematica**, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto."
Il Saggiatore, Galileo Galilei (1564-1642).

Matematica&Realtà

www.matematicaerealta.eu



Le **formule inverse** della geometria elementare sono il primo **processo inverso** che gli studenti si trovano ad affrontare.

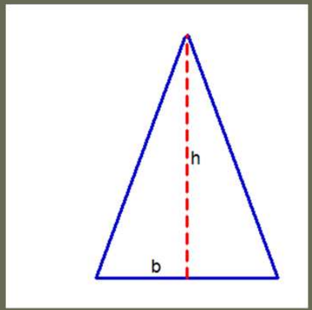
Possono essere il punto di partenza di un **percorso sulle inverse** che coinvolge tutte le equazioni elementari e conduce fino a quelle differenziali.

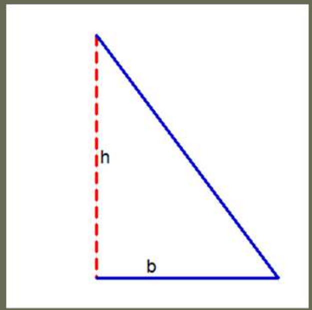
1. Formule inverse ed equazioni

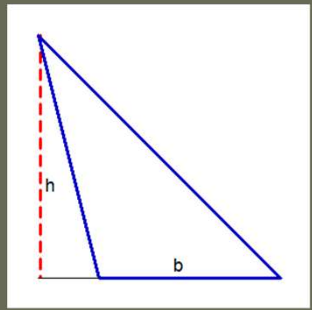
Primo Brandi – Anna Salvadori

Le **formule inverse** della geometria elementare sono il primo **processo inverso** che gli studenti si trovano ad affrontare.

area di un triangolo



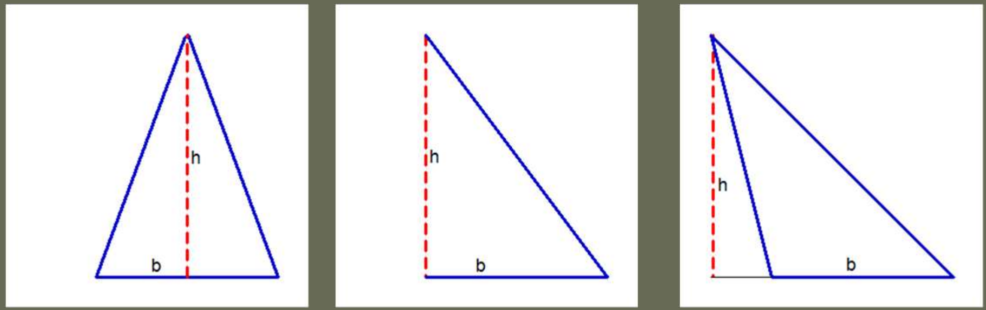




$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

La formula è un'uguaglianza che coinvolge tre elementi:
area, base, altezza
Un'uguaglianza è **una relazione di equilibrio.**

area of a triangle



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

La formula è un'uguaglianza che coinvolge tre elementi:
area, base, altezza
Un'uguaglianza è **una relazione di equilibrio.**

Se vogliamo **invertire la formula** ricavando la **base,** dobbiamo riscrivere l'uguaglianza **mantenendo l'equilibrio**

$$b = ?(A, h)$$

Come fare?

Spazio e figure

Poiché l'area di un settore circolare si può calcolare moltiplicando la lunghezza dell'arco per la misura del raggio e dividendo tale prodotto per due, possiamo dire che:

- L'**area della superficie laterale** di un cono si ottiene moltiplicando la misura della lunghezza della circonferenza di base per la misura della lunghezza dell'apotema e dividendo tale prodotto per 2.

  In formule: $S_l = \frac{C \cdot a}{2} \rightarrow S_l = \pi r a$ formula diretta

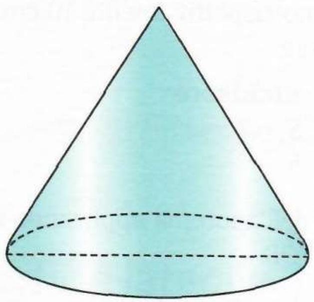
  $r = \frac{S_l}{\pi a}$ $a = \frac{S_l}{\pi r}$ formule inverse

- L'**area della superficie totale** di un cono è data dalla somma dell'area della superficie laterale e dell'area della base.

  In formule: $S_t = S_l + A_b \rightarrow S_t = \pi r a + \pi r^2$ formula diretta

  $S_l = S_t - A_b$ $A_b = S_t - S_l$ formule inverse

Se il cono è **equilatero**, in esso $\mathbf{a = 2r}$ e $\mathbf{h = r\sqrt{3}}$, per cui avremo:



$S_l = \pi r \cdot a = 2\pi r^2$	formula diretta
$r = \sqrt{\frac{S_l}{2\pi}}$	formula inversa
$S_t = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$	formula diretta
$r = \sqrt{\frac{S_t}{3\pi}}$	formula inversa

Numeri

Risoluzione di un'equazione di primo grado a una incognita

Consideriamo un'equazione ridotta in forma normale:

$ax = b$ con a, b numeri relativi e $a \neq 0$

$\underset{\text{coefficiente}}{a}x = \underset{\text{termine noto}}{b}$

In essa **a** e **b** si dicono rispettivamente **coefficiente dell'incognita** e **termine noto**.

Per risolvere un'equazione ridotta in forma normale basta applicare il secondo principio di equivalenza dividendo entrambi i membri dell'equazione per il coefficiente della x.

Avremo: $\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$ cioè $x = \frac{b}{a}$ che è la **soluzione dell'equazione**.

Per risolvere un'equazione ridotta in forma normale basta dividere il termine noto dell'equazione per il coefficiente dell'incognita.

ESEMPI

Risolviamo le seguenti equazioni.

1. $4x = 32$ $\quad x = \frac{32}{4}$ $\quad x = \mathbf{8}$
2. $8x = -56$ $\quad x = \frac{-56}{8} = -\frac{56}{8}$ $\quad x = -\mathbf{7}$
3. $-6x = 24$ $\quad x = \frac{24}{-6} = -\frac{24}{6}$ $\quad x = -\mathbf{4}$
4. $-5x = 8$ $\quad x = \frac{8}{-5}$ $\quad x = -\mathbf{\frac{8}{5}}$
5. $16x = 10$ $\quad x = \frac{10}{16}$ $\quad x = \mathbf{\frac{5}{8}}$

Se l'equazione non è scritta in forma normale, per risolverla occorre ridurla prima in forma normale e poi procedere come appena visto.

Per ridurre un'equazione in forma normale si applicano i principi di equivalenza. Osserviamo il procedimento nei diversi casi che si possono presentare.

Funzioni

Riassumiamo quanto osservato dicendo che:

- La funzione $\mathbf{y = ax}$ è l'equazione di una **retta passante per l'origine degli assi**.
- Il coefficiente della x, **a**, detto **coefficiente angolare** della retta, ne determina l'inclinazione rispetto all'asse x. Al variare di a essa rappresenta il fascio di rette di centro ***O***, in particolare:
  - per $\mathbf{a > 0}$ rappresenta le rette del fascio giacenti nel I e III quadrante;
  - per $\mathbf{a < 0}$ rappresenta le rette del fascio giacenti nel II e IV quadrante;
  - per $\mathbf{a = 1}$ rappresenta la retta bisettrice del I e III quadrante;
  - per $\mathbf{a = -1}$ rappresenta la retta bisettrice del II e IV quadrante.

VEDIAMO SE HAI CAPITO

- **Rappresenta in un piano cartesiano le seguenti rette dopo aver specificato in quale quadrante si trovano.**

  $y = 5x$; $y = -2x$; $y = -\frac{1}{3}x$

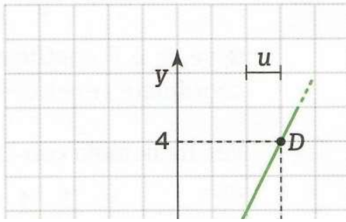
La funzione $y = mx + p$

Abbiamo considerato l'equazione di una retta passante per l'origine degli assi, $\mathbf{y = ax}$, ma se la retta non passa per l'origine, qual è la sua equazione?
Rappresentiamo per punti l'equazione $\mathbf{y = 2x - 2}$.

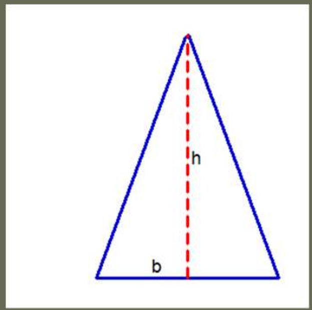
Tabella dei valori

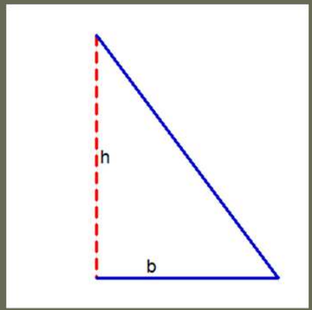
x	−1	0	+1	+3	...
y	−4	−2	0	+4	...

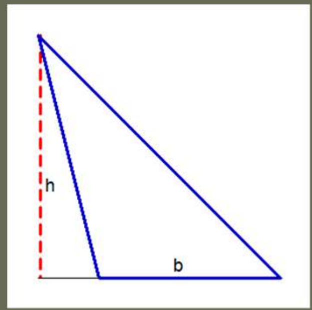
Rappresentando nel piano cartesiano questi valori, cioè i punti $A(-1; -4)$, $B(0; -2)$, $C(+1; 0)$, $D(+3; +4)$, e unendoli osserviamo che appartengono a una stessa retta.



area di un triangolo







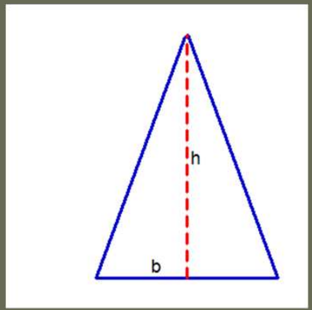
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

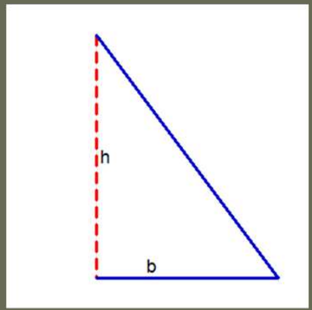
Due principi di equivalenza

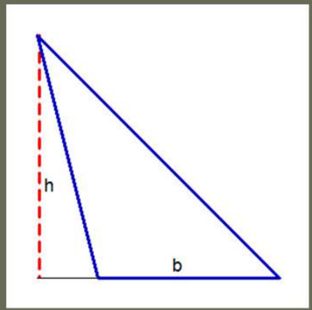
L'equilibrio è mantenuto da

- **riscalamento**
- **traslazione**

area di un triangolo







$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Due principi di equivalenza

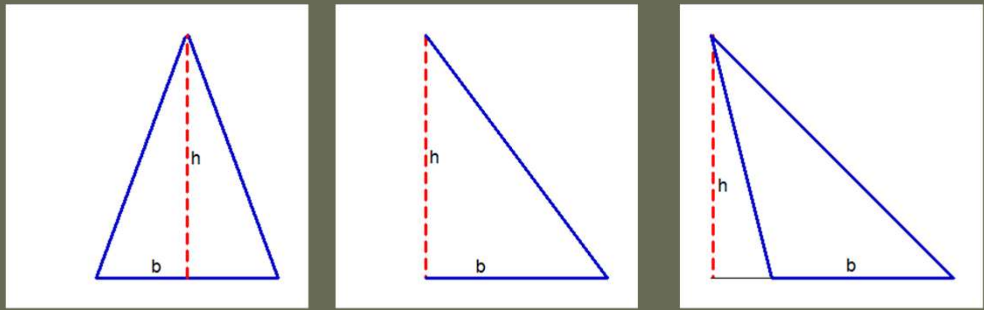
L'equilibrio è mantenuto da

- **riscalamento**
- **traslazione**

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \iff 2A = \cancel{2}\frac{b \cdot h}{\cancel{2}} \iff \frac{2A}{h} = \frac{b \cdot \cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$b = \frac{2A}{h}$$

area di un triangolo



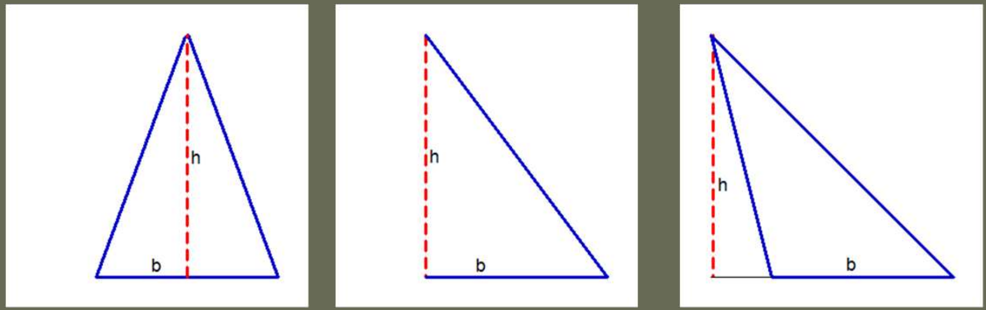
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Due principi di equivalenza

L'equilibrio è mantenuto da
- **riscalamento**
- **translazione**

Noi usiamo la stessa tecnica quando risolviamo un'equazione di I grado
La **base è l'incognita**, mentre gli altri elementi sono parametri

area of a triangle



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Invertire una formula $\Leftrightarrow$ risolvere un'equazione

$$b = \frac{2A}{h}$$

La relazione fra formule inverse ed equazioni è ben più profonda di quanto possiamo intuire

Iniziamo con il caso delle **equazioni lineari**

Tre diverse situazioni un solo modello

Athletic meeting, Madrid 22.6.2018

Filippo Tortu è il primo italiano a scendere sotto i 10-secondi nei 100-metri

Il ponte di Bassano ha bisogno di una mano:
Si sta abbassando di 3 cm al mese

Famiglia Cristiana 11.3.2016

Charles Osgood è un famoso conduttore televisivo della CBS radio network. In 1 minuto può leggere 15 righe a battuta doppia.

Tre diverse situazioni un solo modello

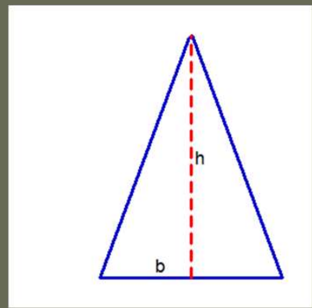


spazio e tempo sono direttamente proporzionali nella legge oraria di un moto uniforme

$$v = \frac{s}{t} \quad \Leftrightarrow \quad s = v \cdot t$$

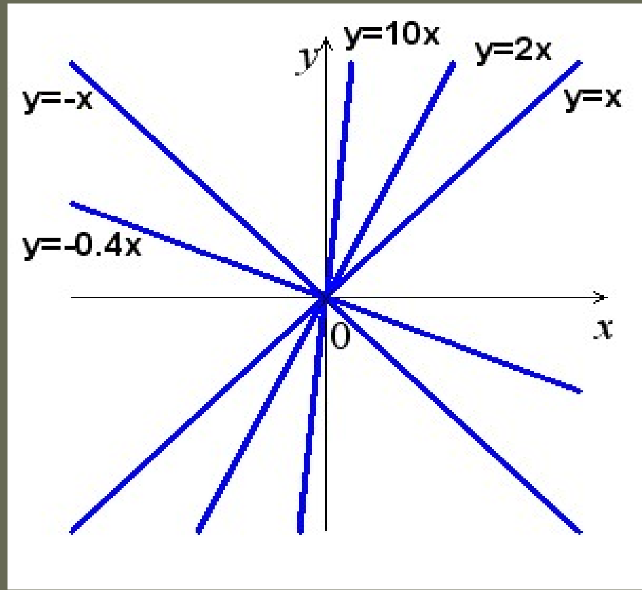
Area e base di uno stesso triangolo sono in proporzione diretta

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Modello lineare

$$y = k\,x$$



Equazioni lineari - tre approcci

1. Aritmetico (principi di equilibrio)
2. Grafico (intersezione di una retta con l'asse delle ascisse)
3. Algebrico-Funzionale (tecnica dell'inversa)

Primo Brandi – Anna Salvadori

2. La tecnica dell'inversa per le equazioni

Nell'approccio aritmetico si fa uso della struttura algebrica dei numeri N Z Q (addizione e moltiplicazione)

che si estende all'algebra dei polinomi quando si passa delle equazioni numeriche a quelle letterali

Una analoga struttura algebrica si può introdurre nello spazio delle funzioni lineari

$$L = \{ f(x) = k\,x, \quad k \in R - \{0\} \}$$

munito della **operazione di composizione**

Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004

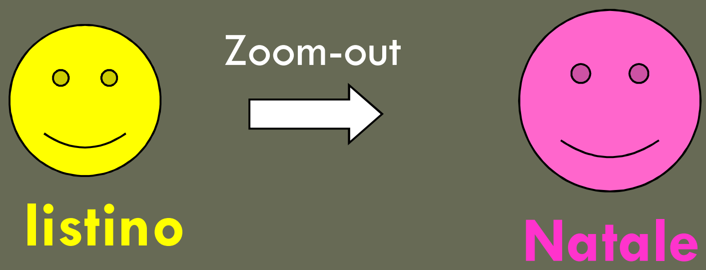
Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004



Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004

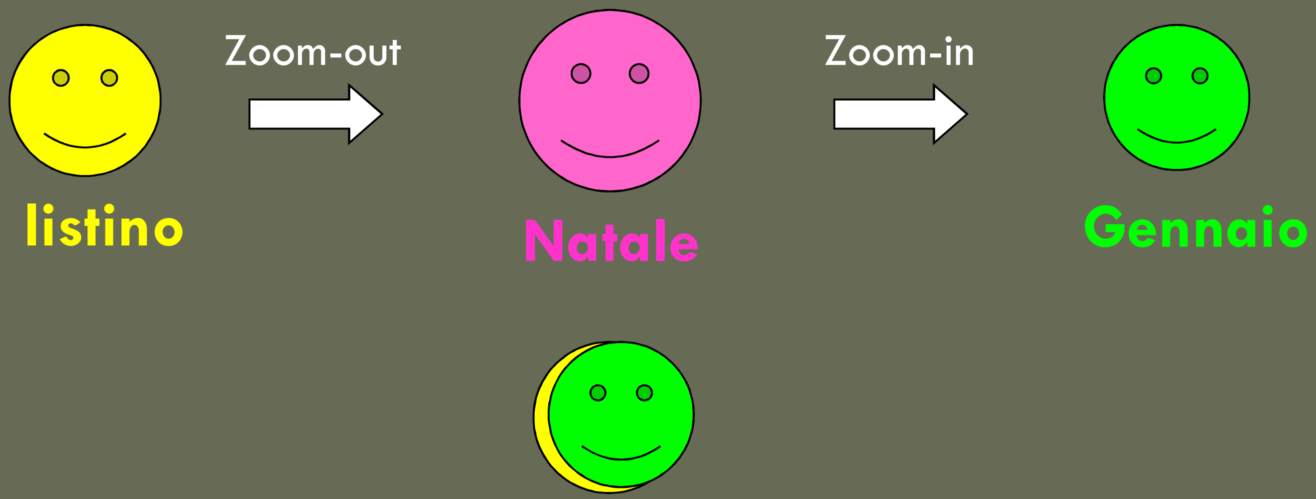
Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004



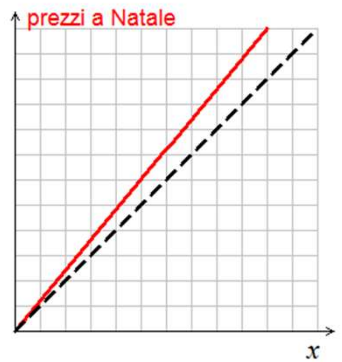
Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004



$$p_{Natale}(x) = 1.2\, x$$

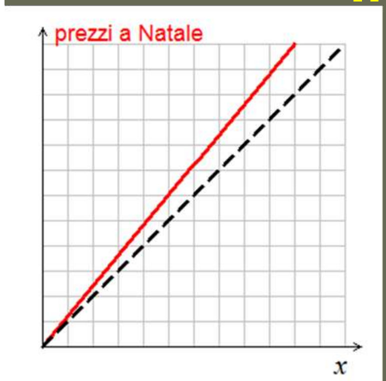
Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

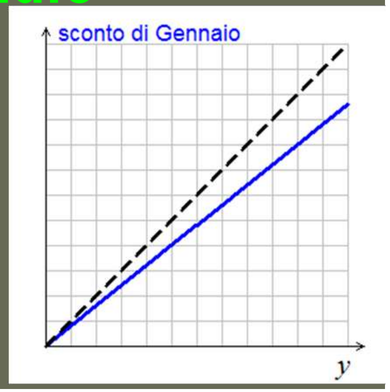
Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004



$$p_{Natale}(x) = 1.2\,x \qquad p_{Gennaio}(y) = 0.8\,y$$



Acquisti natalizi

Un venditore di scarpe in prossimità del Natale aumenta i prezzi del 20%, nei saldi di Gennaio pratica uno sconto del 20%.

Un paio di scarpe con un prezzo di listino di 80 € a January costeranno € 80

True □ False □

Fonte: Gara Città di Terni, 2004

$$p_{Natale}(x) = 1.2\,x \qquad p_{Gennaio}(y) = 0.8\,y$$

$$p(x) = 0.8 \cdot 1.2 \cdot x = 0.96 \cdot x$$

L’operazione di composizione nello spazio delle funzioni lineari

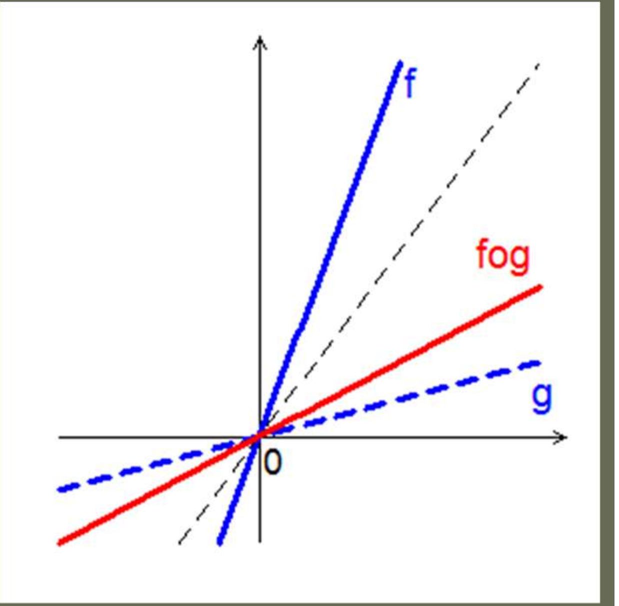
$$L = \{ f(x) = kx, \quad k \in R - \{0\} \}$$

$$f(x) = kx \quad g(x) = mx \quad \Rightarrow \quad f \circ g(x) = km\,x$$

- È associativa e commutativa

- l’elemento neutro è $\quad y = x$

- qual è l’inversa di una funzione lineare?



Acqua e ghiaccio

L’acqua quando ghiaccia aumenta il suo volume di 1/11.

Di quanto diminuisce il volume del ghiaccio quando si scioglie?

Fonte: Gara Città di Terni, 2003

Acqua e ghiaccio

L'acqua quando ghiaccia aumenta il suo volume di 1/11.

Di quanto diminuisce il volume del ghiaccio quando si scioglie?

Fonte: Gara Città di Terni, 2003

Da acqua a ghiaccio

$$i = i(w) = \left(1 + \frac{1}{11}\right)w$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{i = \frac{12}{11}w}$$

Acqua e ghiaccio

L'acqua quando ghiaccia aumenta il suo volume di 1/11.

Di quanto diminuisce il volume del ghiaccio quando si scioglie?

Fonte: Gara Città di Terni, 2003

Da acqua a ghiaccio

Da ghiaccio ad acqua

$$i = i(w) = \left(1 + \frac{1}{11}\right) w$$

$$\Downarrow$$

Processo inverso

$$\boxed{i = \frac{12}{11} w} \quad \Rightarrow \quad \boxed{w = \frac{11}{12} i}$$

Acqua e ghiaccio

L'acqua quando ghiaccia aumenta il suo volume di 1/11.

Di quanto diminuisce il volume del ghiaccio quando si scioglie?

Fonte: Gara Città di Terni, 2003

Da acqua a ghiaccio

$$i = i(w) = \left(1 + \frac{1}{11}\right) w$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{i = \frac{12}{11} w} \quad \Rightarrow \quad \boxed{w = \frac{11}{12} i}$$

Processo inverso

$$\Uparrow$$

Da ghiaccio ad acqua

$$w = w(i) = \frac{11}{12} i = \left(1 - \frac{1}{12}\right) i$$

L'operazione di composizione nello spazio delle funzioni lineari

$$L = \{ f(x) = k\,x, \quad k \in R - \{0\} \}$$

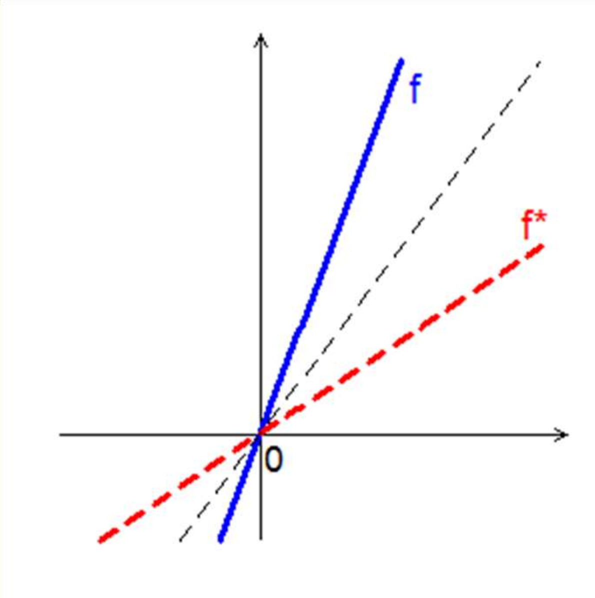
$$f(x) = k\,x \quad g(x) = m\,x \quad \Rightarrow \quad f \circ g(x) = km\,x$$

- È associativa e commutativa

- l'elemento neutro è $y = x$

-l'inversa della funzione $y = f(x) = k\,x$

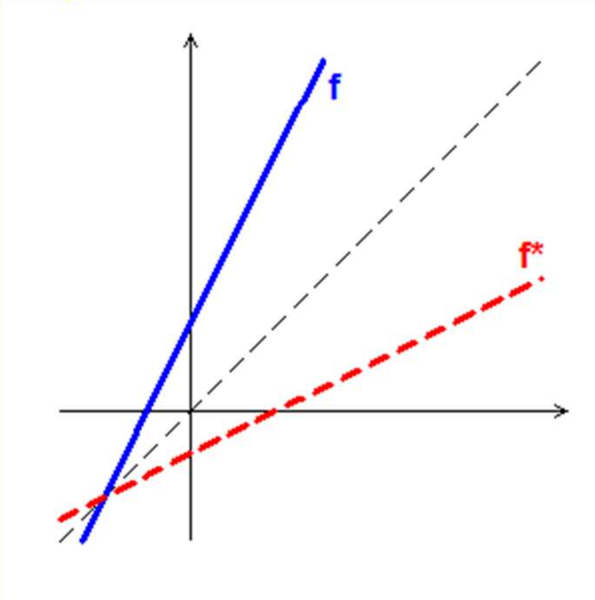
è la funzione $x = f^*(y) = \dfrac{1}{k}\,y$



Analogamente per lo spazio delle funzioni lineari traslate

$$L=\{f(x)=m\,x+q,\quad m\in R-\{0\}\}$$

l'operazione di composizione



- è associativa e commutativa

- l'elemento neutro è $\quad y=x$

-l'inversa della funzione $y=f(x)=m\,x+q$

è la funzione $\quad x=f^*(y)=\dfrac{1}{m}y-\dfrac{q}{m}$

Equazioni lineari – tecnica dell'inversa

Risolvere l'equazione $$f(x) = mx + q = a$$

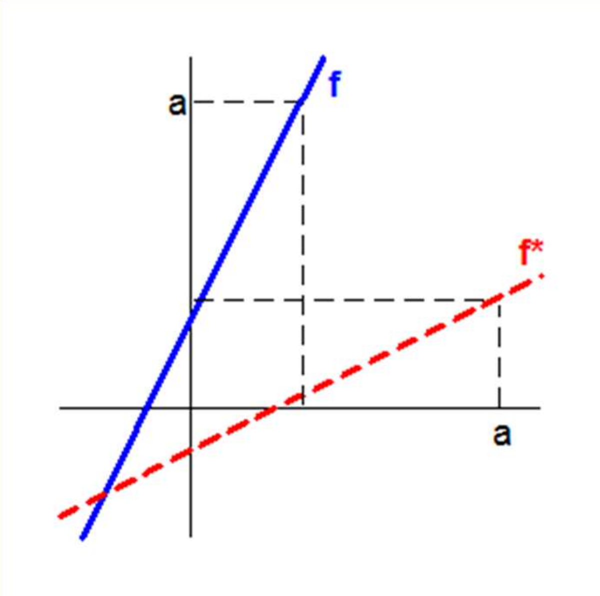
Equivale ad **applicare la funzione inversa** ad ambo i lati della equazione

$$x = f^{-1}[f(x)] = f^{-1}[a]$$

f. diretta $y = mx + q$

f. inversa $x = \frac{y}{m} + \frac{q}{m}$

$$x = \frac{a}{m} - \frac{q}{m}$$

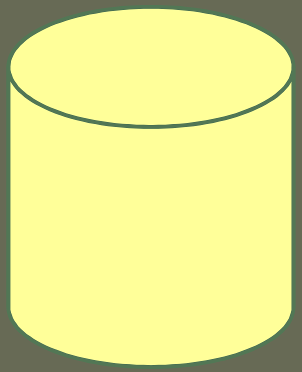


La tecnica dell'inversa

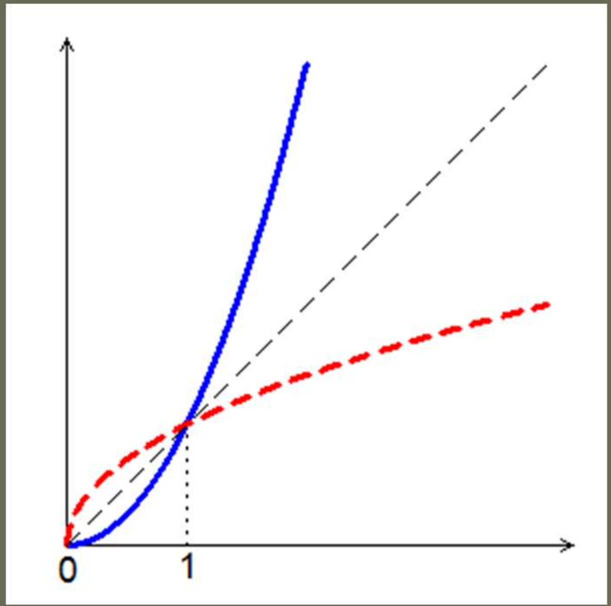
$$f(x) = a \quad \Rightarrow \quad x = f^{-1}(a)$$

La tecnica dell'inversa è il *live motive* che accomuna tutte i diversi strumenti adottati di volta in volta per risolvere le varie equazioni: lineari, quadratiche, esponenziali, goniometriche , …

Volume di un cilindro



$$V = \pi r^2 h$$



f. diretta

$$y = a x^2$$

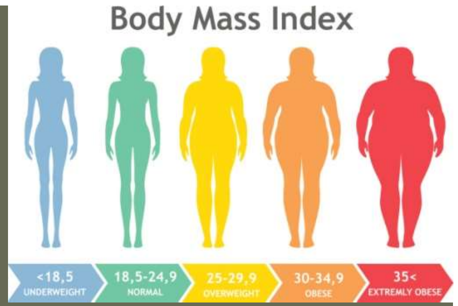
$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

f. Inversa parziale

$$x = \sqrt{\frac{y}{a}}$$

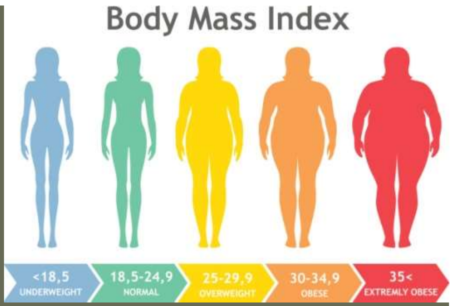
Body mass index

$$BMI = \frac{weight}{(height)^2}$$



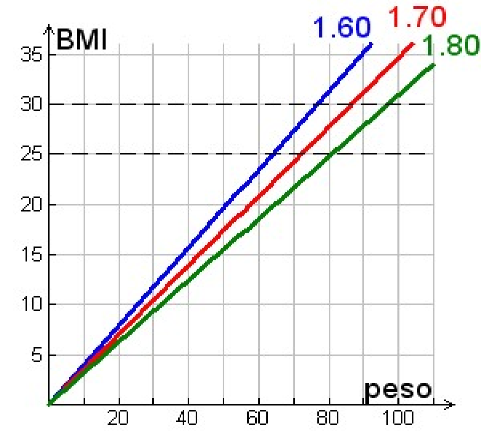
Body mass index

$$BMI = \frac{weight}{(height)^2}$$



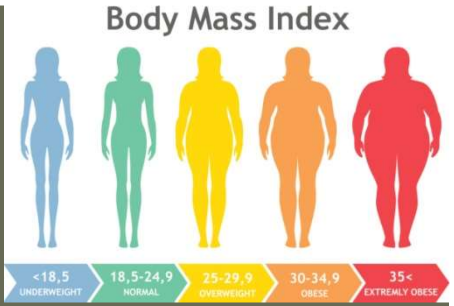
BMI è direttamente proporzionale al peso

$$BMI = \frac{w}{h^2}$$



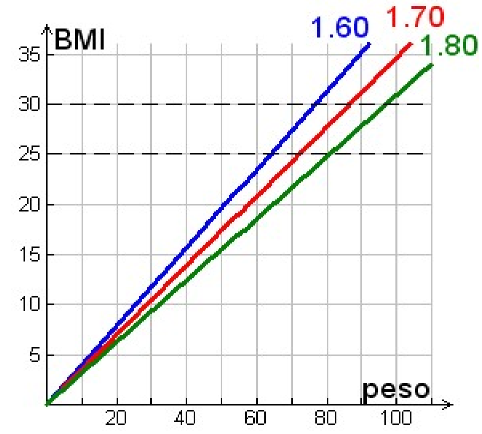
Body mass index

$$BMI = \frac{weight}{(height)^2}$$



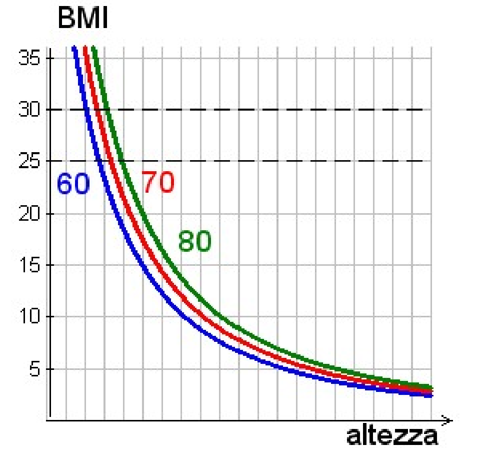
BMI è direttamente proporzionale al peso

$$BMI = \frac{w}{h^2}$$



BMI è inversamente proporzionale al quadrato dell'altezza

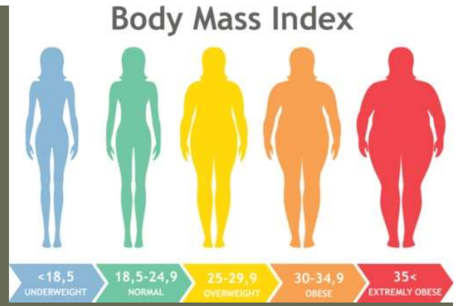
$$BMI = \frac{w}{h^2}$$



Primo Brandi – Anna Salvadori

Body mass index

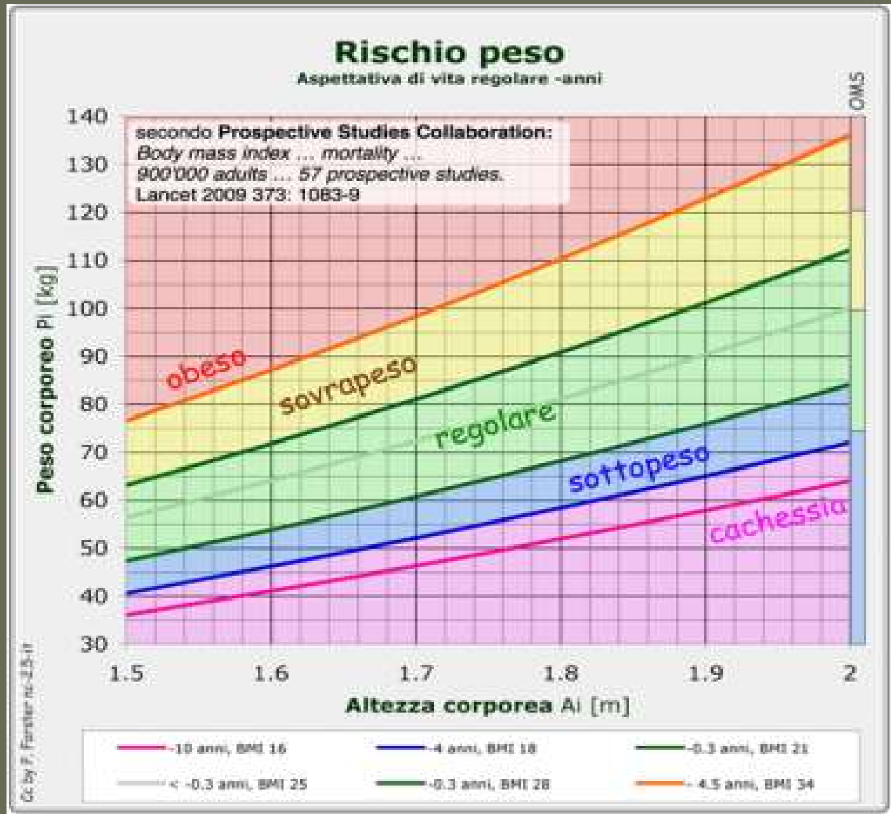
$$BMI = \frac{weight}{(height)^2}$$



I medici e I nutrizionisti leggono la formula in modo diverso …

$$p(h) = BMI \cdot h^2$$

Linee di livello



3. Dai modelli statici a quelli dinamici

Dalla fotografia ai filmini super-otto … al video

Primo Brandi – Anna Salvadori

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

***Essay on the Principle of Population* (1798)**

$$p_{n+1} - p_n = a\, p_n$$

Il tasso di crescita è proporzionale al numero degli individui

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

***Essay on the Principle of Population* (1798)**

$$p_{n+1} - p_n = a\, p_n$$

Il tasso di crescita è proporzionale al numero degli individui

$$\begin{cases} p_0 & start \\ p_{n+1} = (1+a)\, p_n \end{cases} \quad \Rightarrow \quad p_n = p_0 (1+a)^n \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Formula chiusa di una progressione geometrica

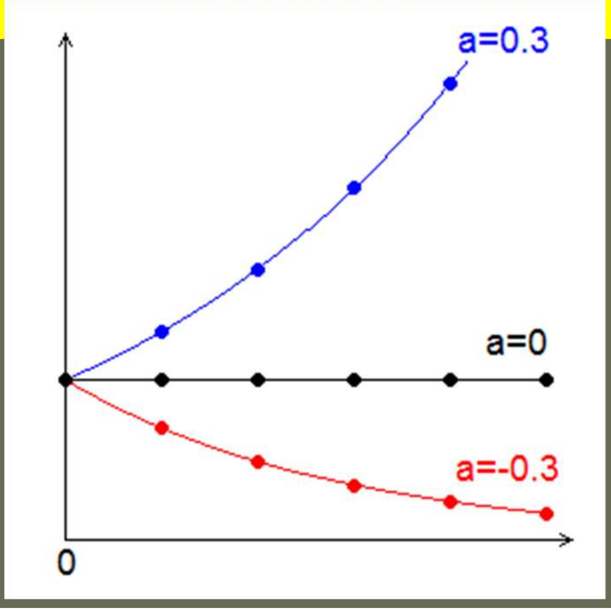
Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

***Essay on the Principle of Population* (1798)**

$$p_n = p_0 (1+a)^n \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Il tasso di crescita è proporzionale al numero degli individui

Fattore crescita	Evoluzione popolazione
a<0	estinsione
a=0	stabilità
a>0	esplosione



La morte di venezia **"Venezia nel 2030: una città vuota, niente abitanti, ma solo turisti. Dal 1966 (anno dell'alluvione) ad oggi, il centro storico di Venezia ha perso *la metà dei suoi abitanti.* "**

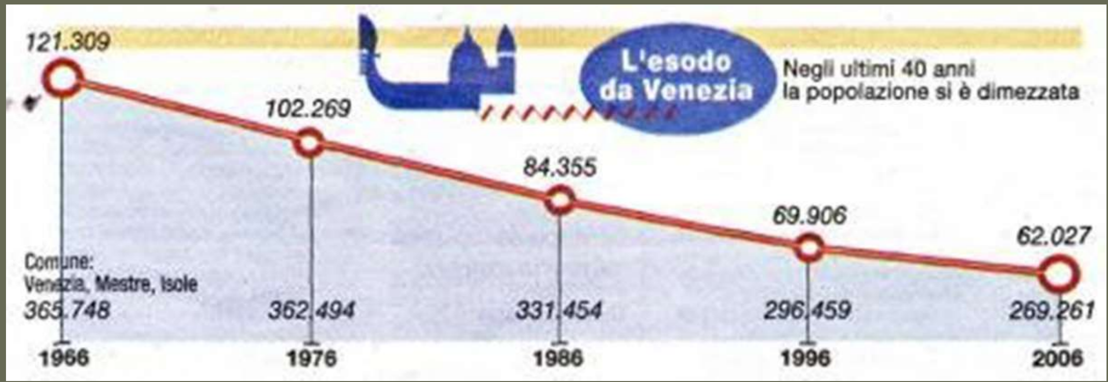
La Repubblica, 25.8.06

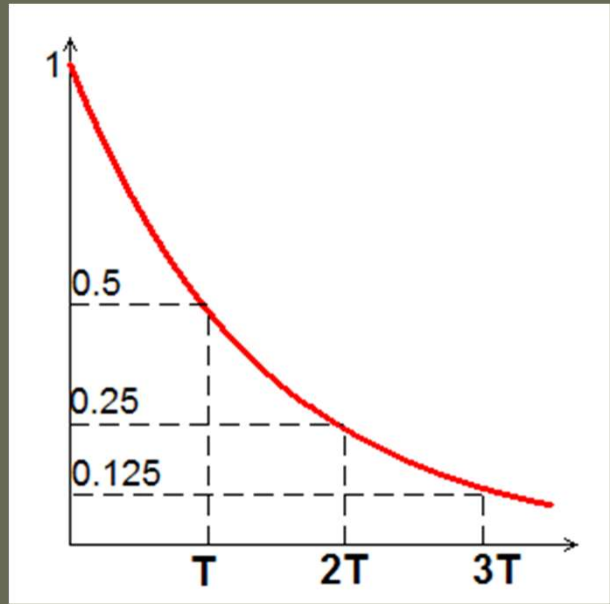
anno	Popolazione	Rapporto fra due termini consecutivi
1966	121.309	
1976	102.269	0,843
1986	84.355	0,824
1996	69.906	0,828
2006	62.027	0,887

$$p_n = p_0(1 - 0.2)^n \quad n = 0,1,2,..$$

La morte di venezia **"Venezia nel 2030: una città vuota, niente abitanti, ma solo turisti. Dal 1966 (anno dell'alluvione) ad oggi, il centro storico di Venezia ha perso *la metà dei suoi abitanti*. "**

La Repubblica, 25.8.06





Tempo di dimezzamento (emivita)

$$p_n = \frac{1}{2} p_0 \iff \cancel{p_0}(1-0.2)^n = \frac{1}{2}\cancel{p_0}$$

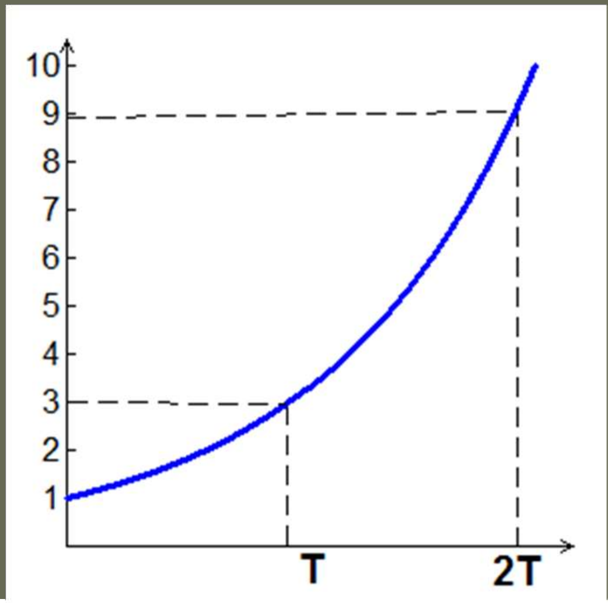
Boom demografico in Africa

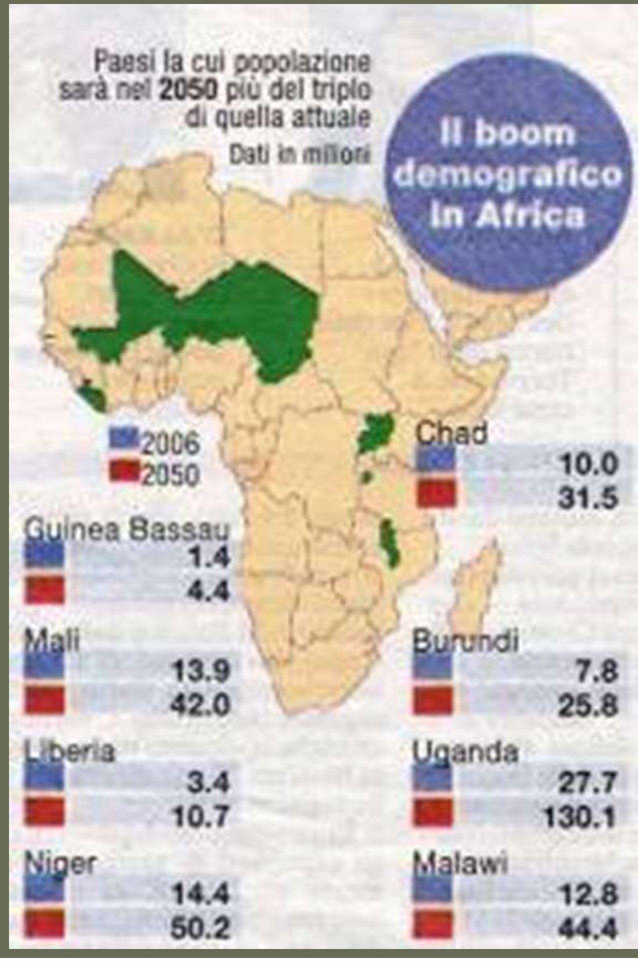
Boom demografico nei paesi poveri, la popolazione *triplicherà in venti anni*.

La Repubblica, 26.8.06

Tempo di raddoppio (triplicazione)

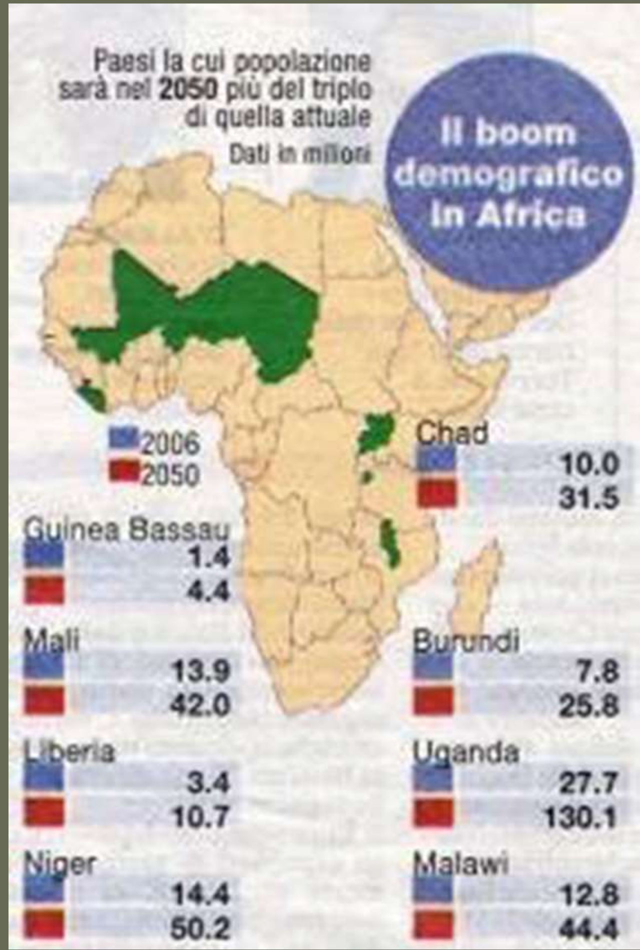
$$\cancel{p_0}\,(1+a)^n = 3\,\cancel{p_0}$$





La morte di venezia

Boom demografico in Africa



Due situazioni un unico modello

Due problemi la stessa **equazione esponenziale**

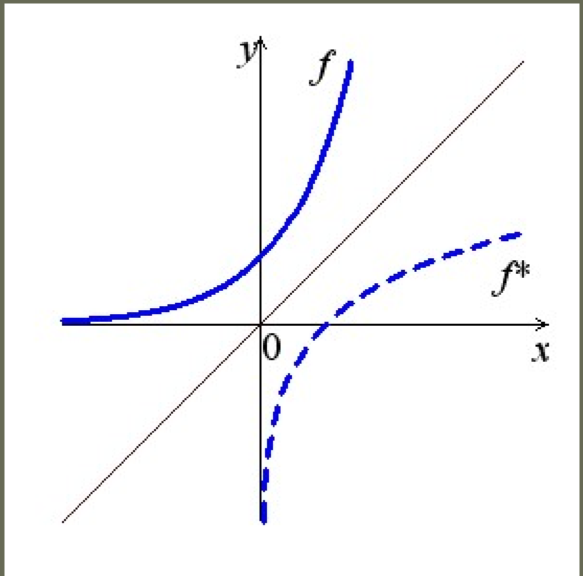
$$a^x = b$$

Primo Brandi – Anna Salvadori

Equazione esponenziale – tecnica dell'inversa

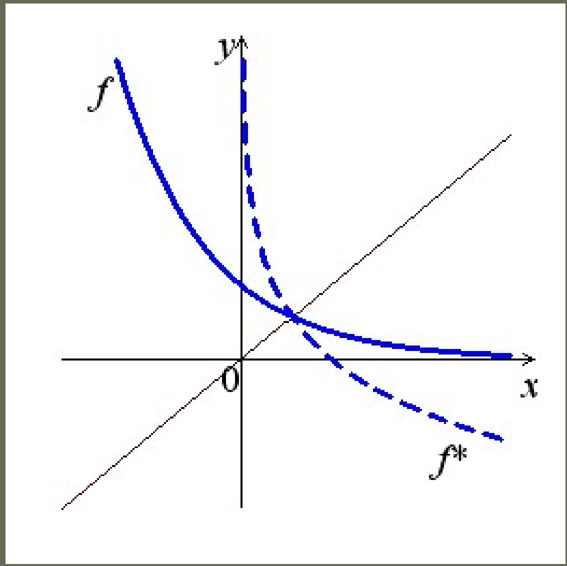
$$f(x) = a^x = b$$

Possiamo applicare ad ambo i membri la **funzione inversa**



Funzione logaritmo

$$x = \log_a b$$



3. Dai modelli statici a quelli dinamici

Dai fimini super-otto ai video

Primo Brandi – Anna Salvadori

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

***Essay on the Principle of Population* (1798)**

$$p'(t) = a\, p(t)$$

Il tasso di crescita è proporzionale al numero degli individui

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

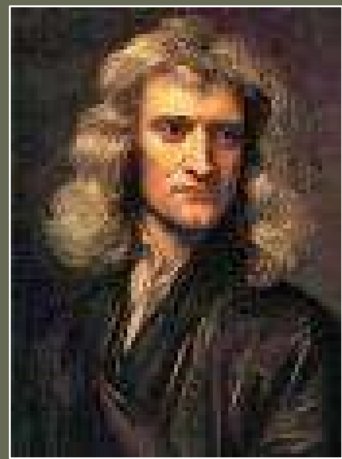
***Essay on the Principle of Population* (1798)**

$$p'(t) = a\,p(t)$$

Il tasso di crescita è proporzionale al numero degli individui

Woolsthorpe by Colsterworth 1642 – Londra 1727

$$T'(t) = k\left[T(t) - T_a\right]$$



Il gradiente termico è proporzionale al salto termico

Equazione differenziale

Due diverse situazioni, un unico modello:
una equazione differenziale lineare

$$x'(t) = k\,x(t) + q$$

Equazione differenziale

Due diverse situazioni, un unico modello:
una equazione differenziale lineare

$$x'(t) = k\,x(t) + q$$

Ancora un modello di equilibrio … ma di tipo ***funzionale***

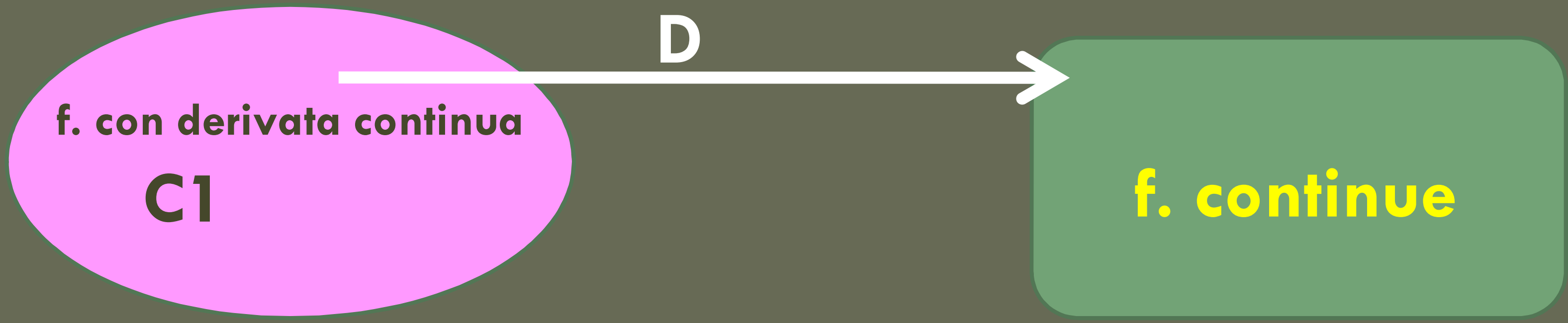
La soluzione è una funzione $x(t)$

Incapsulata dentro un operatore $D\left[\,x(t)\,\right] = x'(t)$

Primo Brandi – Anna Salvadori

La derivata è un operatore lineare

$$x(t) \xrightarrow{D} x'(t)$$



La derivata è un operatore lineare

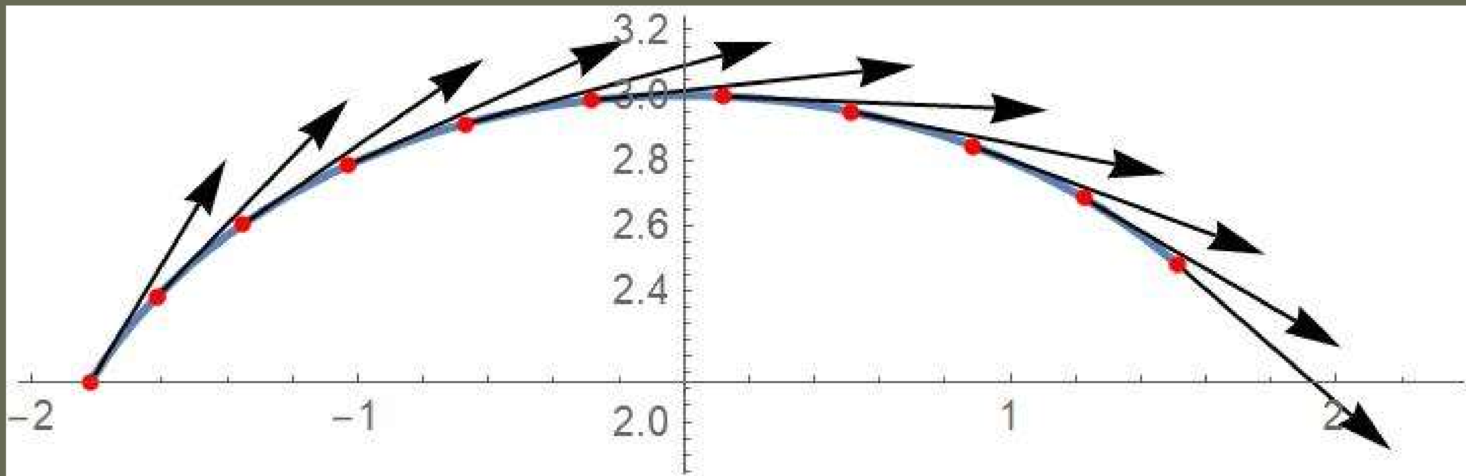
$$x(t) \xrightarrow{D} x'(t)$$

f. con derivata continua

C1

D

f. continue



4. Equazioni differenziali e operatori inversi

POLIMI 13.11.2019

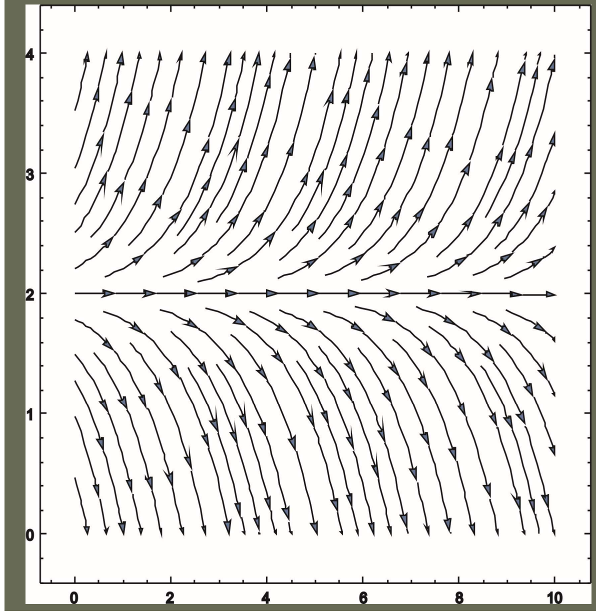
Primo Brandi – Anna Salvadori

Caso particolare:

Ricostruire una funzione dalla sua derivata

$$D\left[x(t)\right]=x'(t)=f(t) \quad \Rightarrow \quad x(t)=?$$

se esistesse l'operatore inverso D^{-1}



Caso particolare:

Ricostruire una funzione dalla sua derivata

$$D\left[x(t)\right] = x'(t) = f(t) \quad \Rightarrow \quad x(t) = ?$$

se esistesse l'operatore inverso D^{-1}

$$D^{-1}\left(D\left[x(t)\right]\right) = D^{-1}\left(f(t)\right)$$

$$x(t) = D^{-1}\left(f(t)\right)$$

avremmo trovato la soluzione

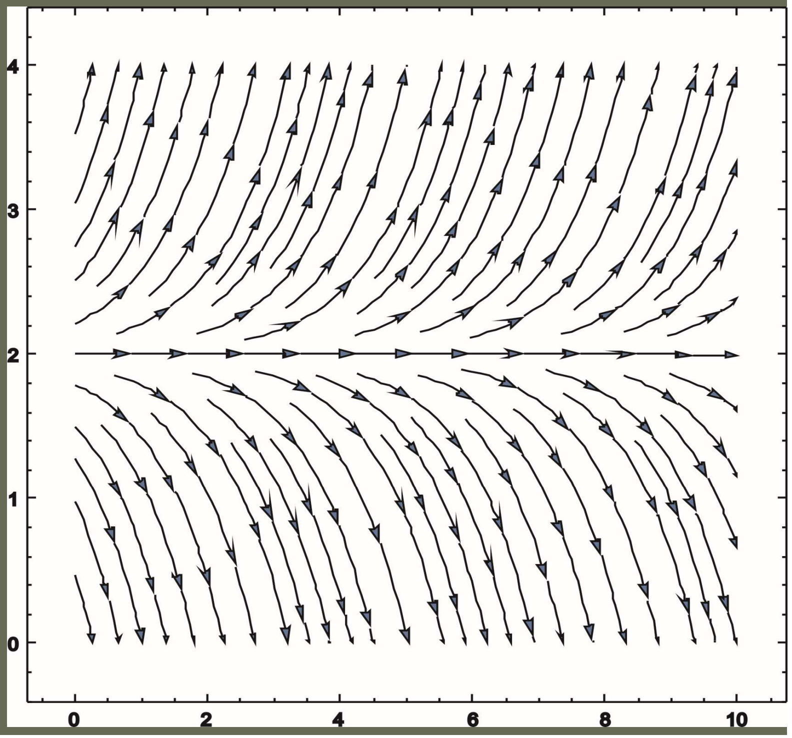
Equazione differenziale - caso generale

$$x'(t) = f\left(t, x(t)\right)$$

Ancora un modello di equilibrio … ma di tipo ***funzionle***

La soluzione è una funzione $x(t)$

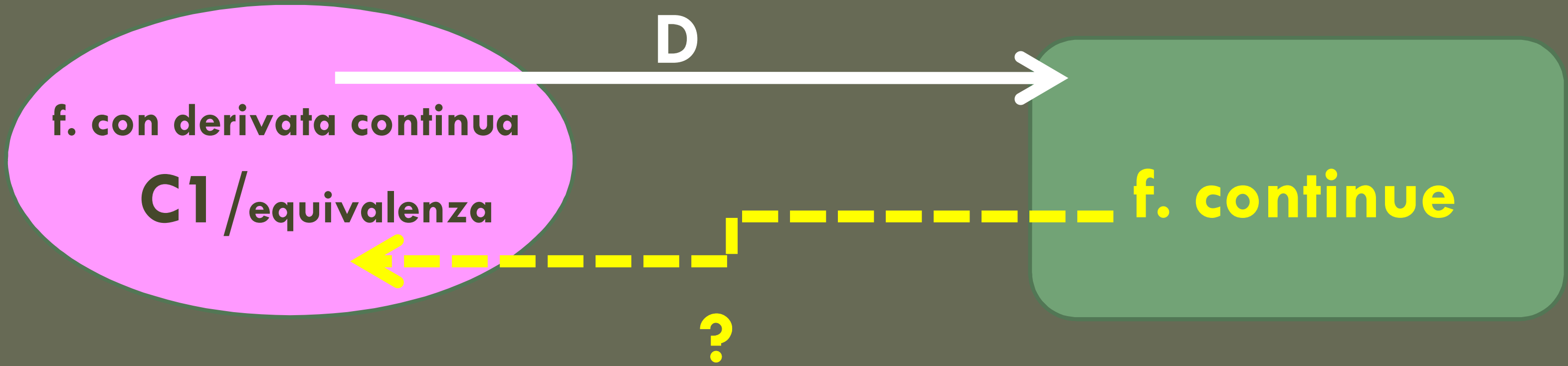
f è il **campo di direzioni**



Come ricavare la soluzione ?

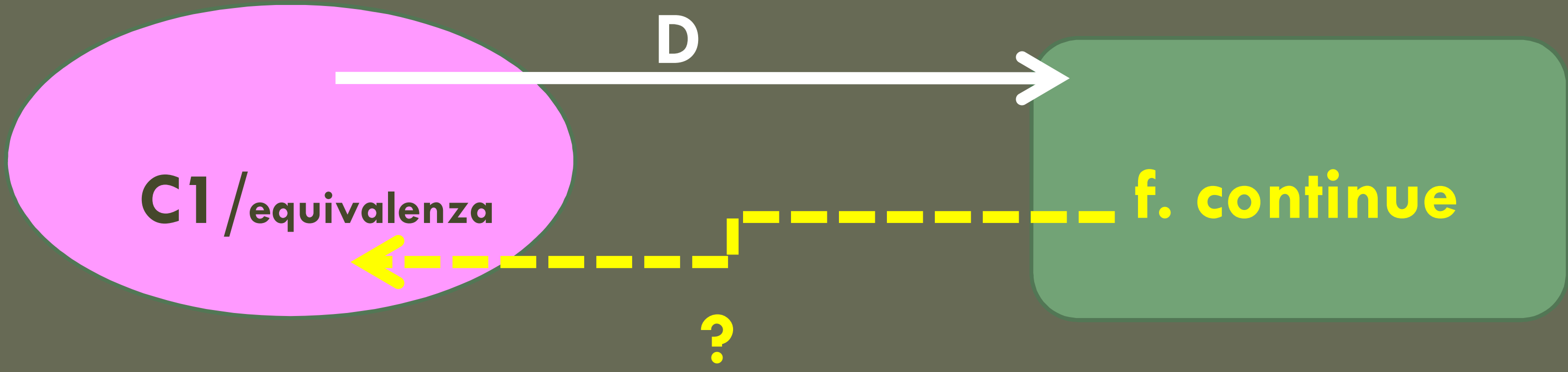
La derivata è un operatore lineare

Non è iniettivo $x(t) \xrightarrow{D} x'(t)$



La derivata è un operatore lineare

Non è iniettivo $x(t) \xrightarrow{D} x'(t)$

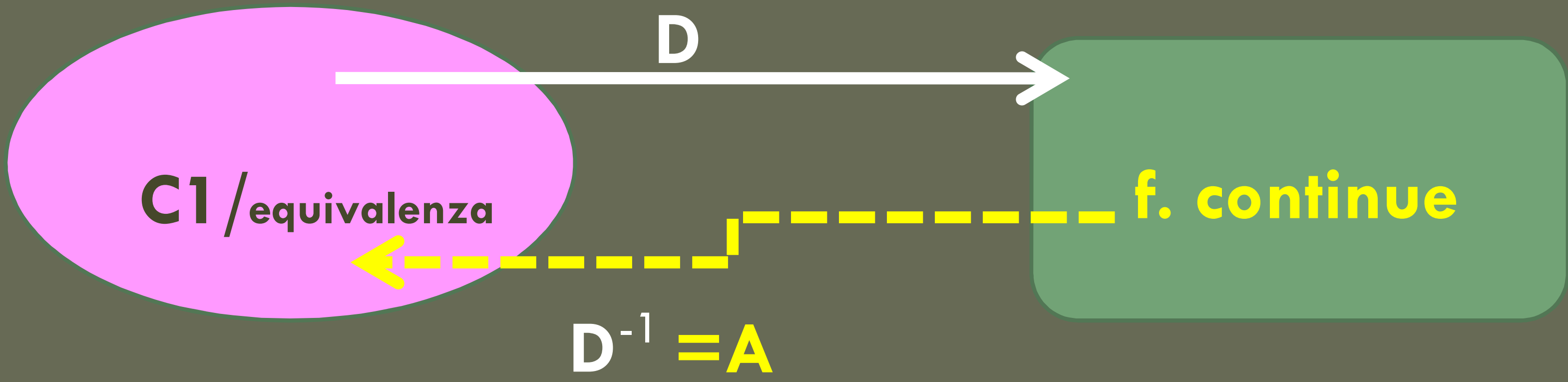


$$x(t) \xleftarrow{\mathbf{D}^{-1} = antiderivata} x'(t)$$

L'operatore $\mathbf{D}^{-1}$ esiste, è lineare e coincide con l'operatore Antiderivata (ricerca della Primitiva)

La derivata è un operatore lineare

Non è iniettivo $x(t) \xrightarrow{D} x'(t)$



Primitiva di una funzione continua

esistenza: funzione integrale

rapprentazione: teorema fondamentale del calcolo integrale

$$x(t) = x(0) + \int_0^t x'(s)\,ds$$

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

$$p'(t) = a\,p(t)$$

$$\frac{p'(t)}{p(t)} = a$$

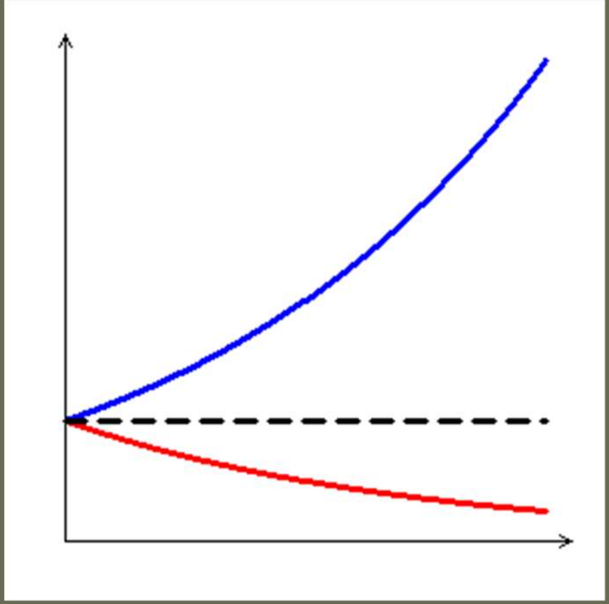
$$Log[p(t)] = a\,t + c$$

$$p(t) = p(0)e^{at}$$

Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

$$p(t) = p(0)e^{at}$$

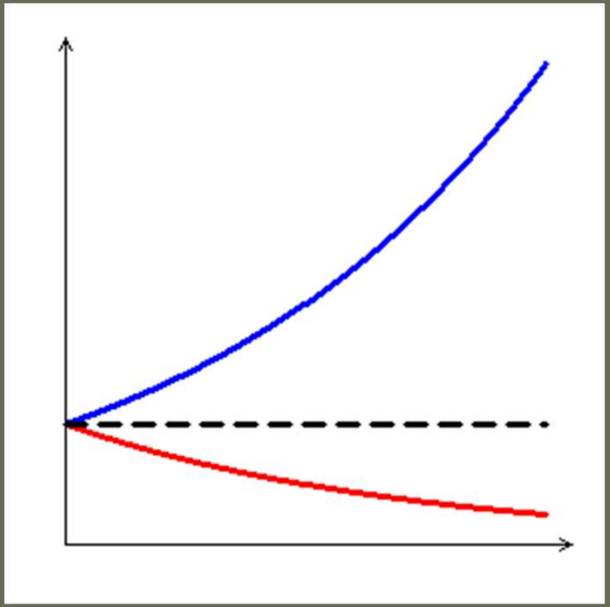
Fattore crescita	Evoluzione popolazione
a<0	estinsione
a=0	stabilità
a>0	esplosione



Thomas R. Malthus (Londra 1766 – Haileybury 1834)

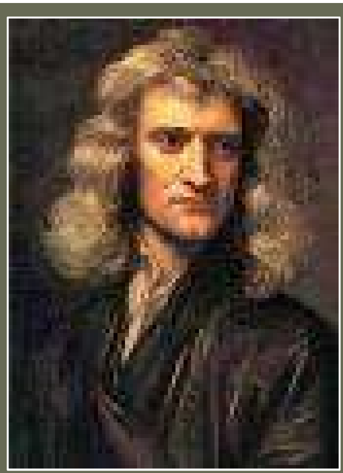
$$p'(t) = a\,p(t)$$

Fattore crescita	Evoluzione popolazione
a<1	estinsione
a=1	stabilità
a>1	esplosione



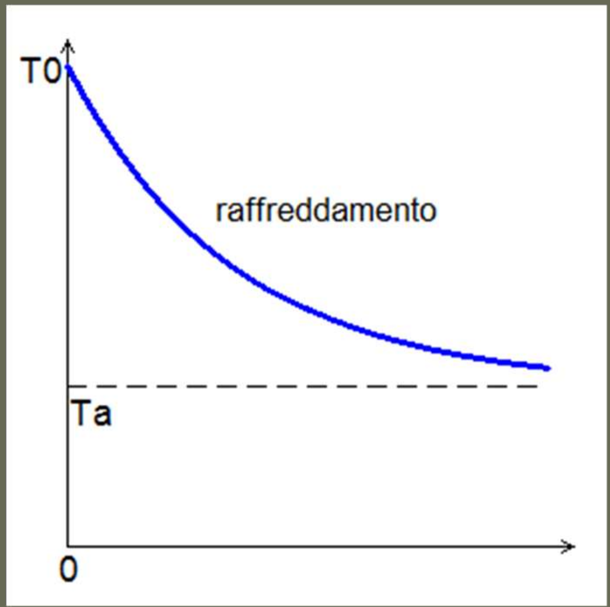
$$p(t) = p(0)e^{at}$$

Newton, Woolsthorpe by Colsterworth 1642 – Londra 1727

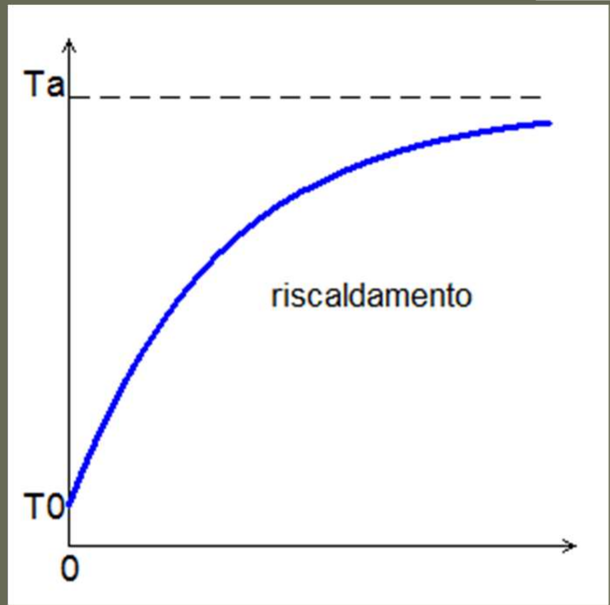


$$T'(t) = k\left[T(t) - T_a\right]$$

Legge del raffreddamento/riscaldamento



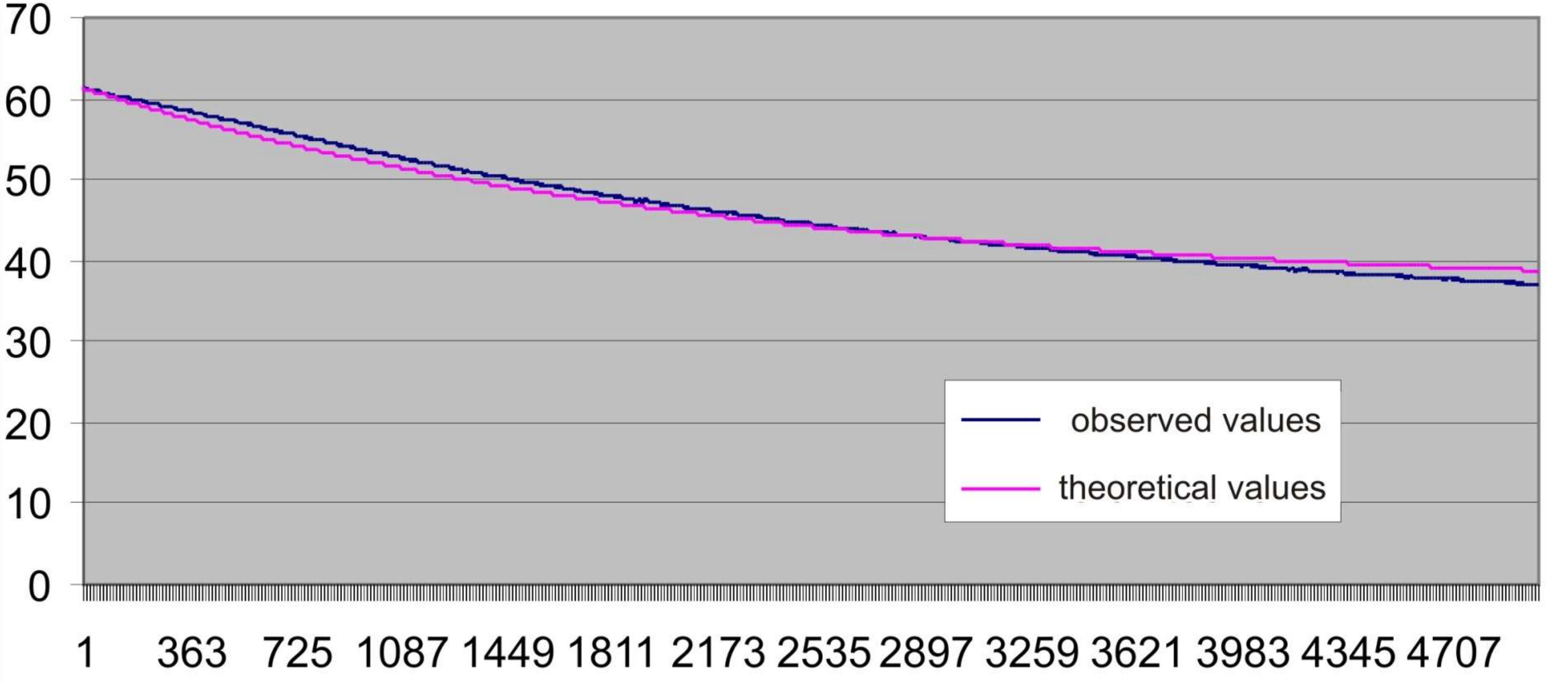
$T_0 > Ta$



$T_0 < Ta$

$$T(t) = \left|T_0 - T_a\right| e^{kt} + T_a$$

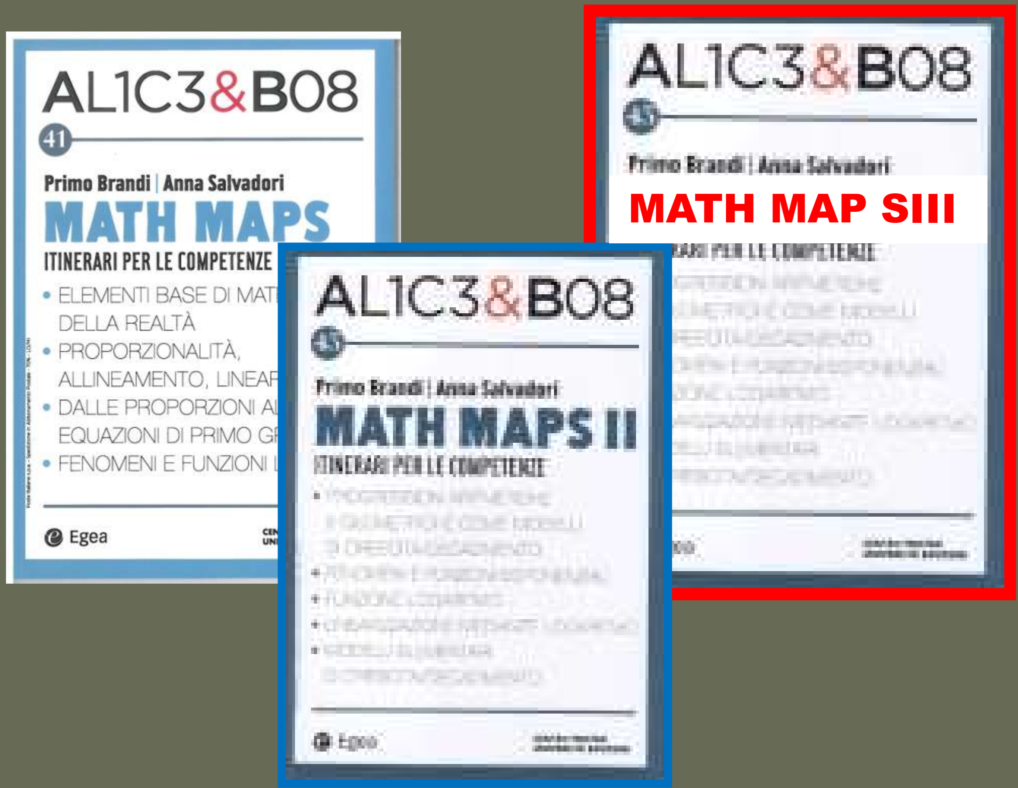
Raffreddamento del caffè



Referenze

www.matematicaerealta.eu

matematicarealta@gmail.com



Grazie per l'attenzione