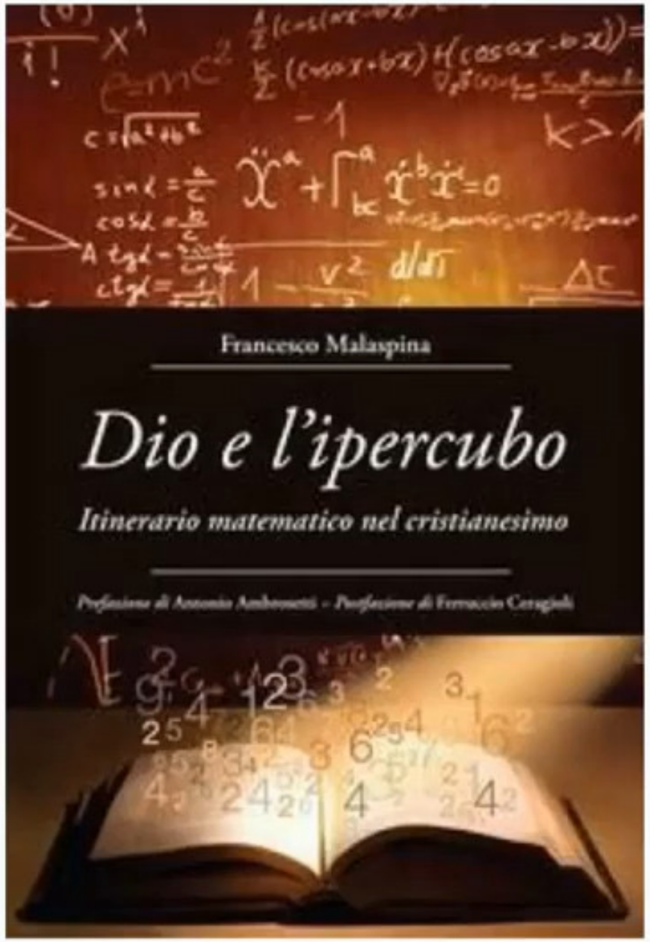
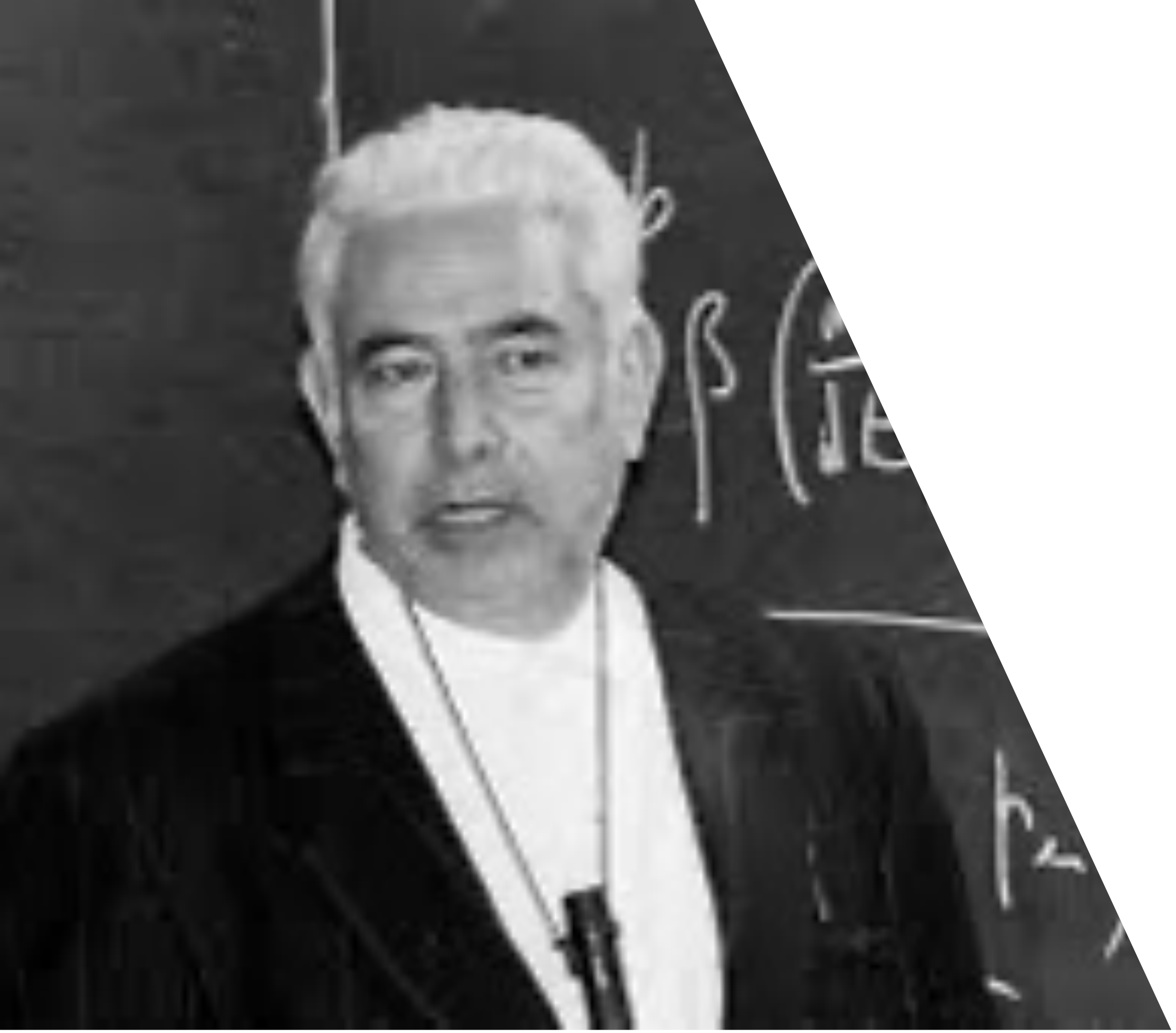
Il dualismo globale-locale in amore come in topologia

Francesco Malaspina (Politecnico di Torino)


Francesco Malaspina
Dio e l'ipercubo
Itinerario matematico nel cristianesimo
Prefazione di Antonio Ambrosetti – Postfazione di Ferruccio Ceragioli


Francesco Malaspina
SETTE SEMPLICI
LEZIONI
DI MATEMATICA
d'amore, morte, calcio, meringhe e geometria

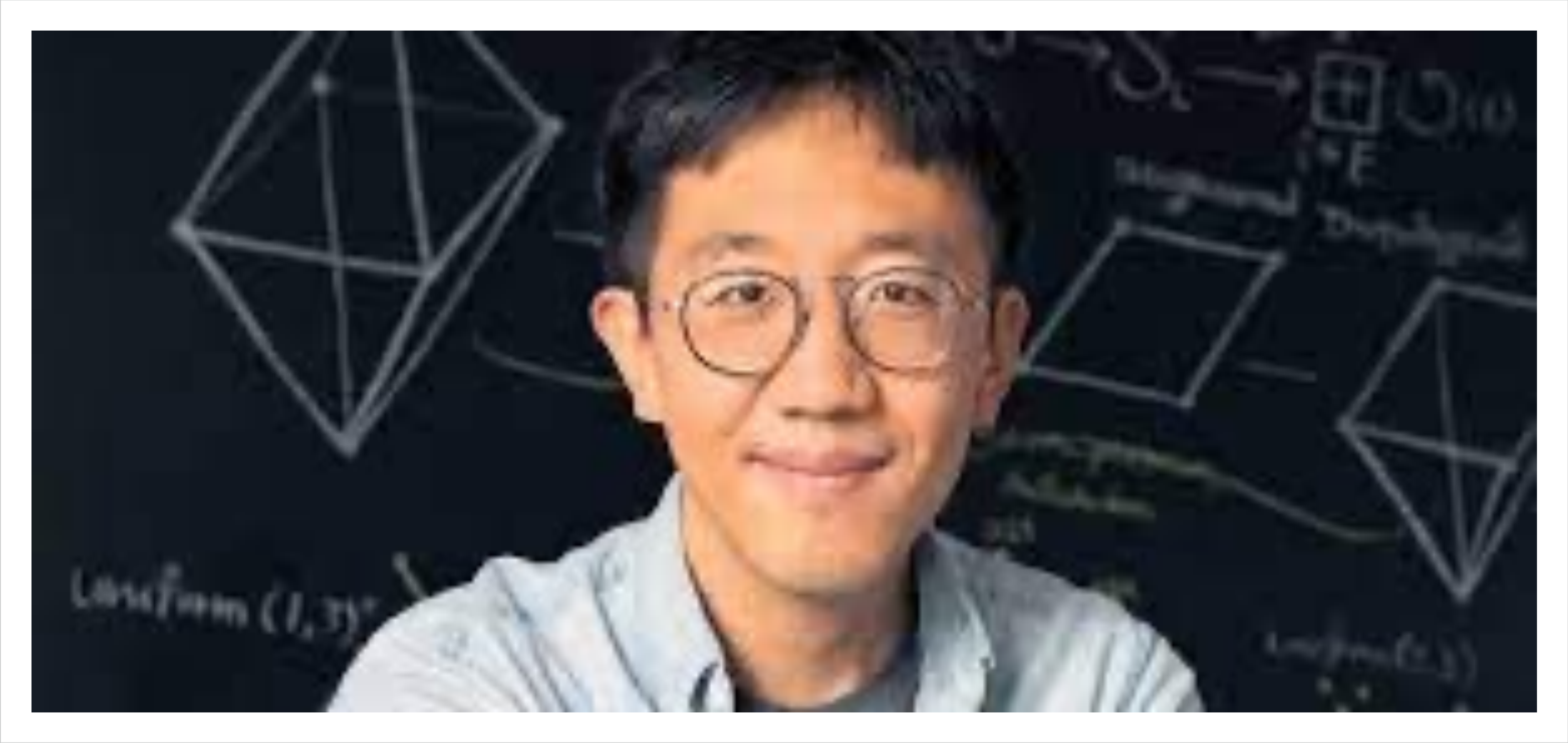


ENNIO DE GIORGI (1928-1996)

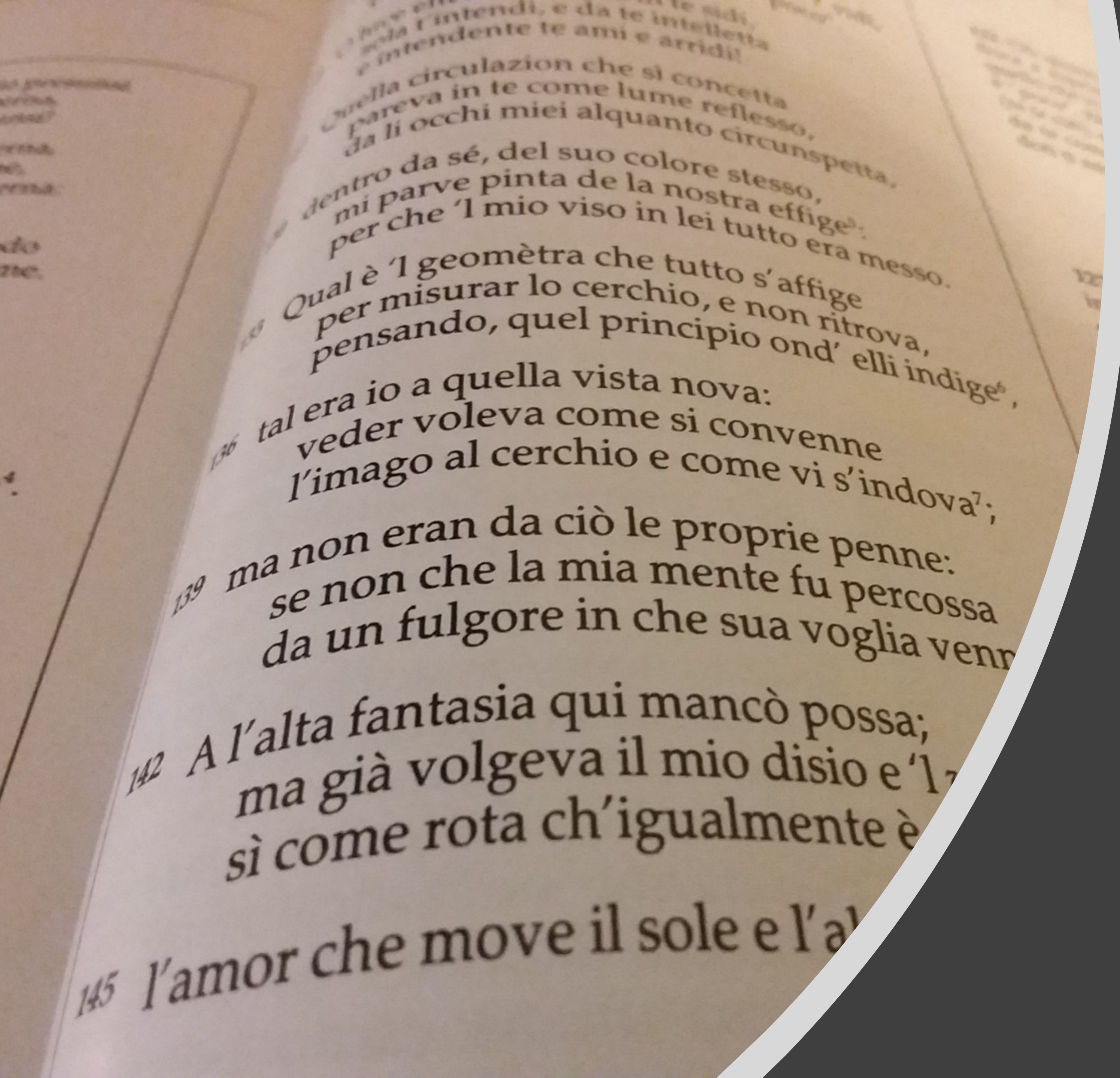
Penso che la matematica sia una delle manifestazioni più significative dell'amore della sapienza e come tale la matematica è caratterizzata da un lato da una grande libertà e dall'altro da una intuizione che il mondo è grandissimo, è fatto di cose visibili e invisibili, e la matematica ha forse una capacità unica tra tutte le scienze di passare dalla osservazione delle cose visibili all'immaginazione delle cose invisibili. Questo forse è il segreto della forza della matematica.

Medaglie Fields 2022

Maryna Viazovska, James Maynard, June Huh, Hugo Duminil-Copin (from left to right). Photo: (E. Royer INSMI CNRS)



JUNE HUH: I dreamed to became a poet to express the inexpressible.
Eventually I learned that math is a way of doing that.



VINCOLO E LIBERTA'

Trampolino verso libertà e fantasia

SCHEMI
E
CREATIVITA’


CRESPO
E IL GOAL
DEFINITIVO
parmalat

- Matematica, scia di bellezza

Vita matematica
Francesco Malaspina

Vi sono momenti nella vita
In cui ti accorgi che la matematica
T'avvolge con vertigine infinita
Amando con ardore chi la pratica.

Ma se al contrario sempre l'hai svilita
Aspettati uno schiaffo sulla natica.
Tu sai che la natura n'è gremita
E a ogni innovazione sta simpatica.

Ma senza lei sarebbe poco saggio
Attendere che Google sia ben pronto,
Trovare non potresti mai il coraggio

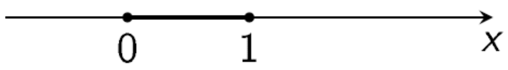
Inoltre di lasciar soldi sul conto
Con tutti gli hacker sempre all'arrembaggio
Appena il tuo crittografo fa il tonto.

Il cubo in quattro dimensioni

Pensiamo al cubo: in dimensione uno e' dato da

$$C = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\},$$

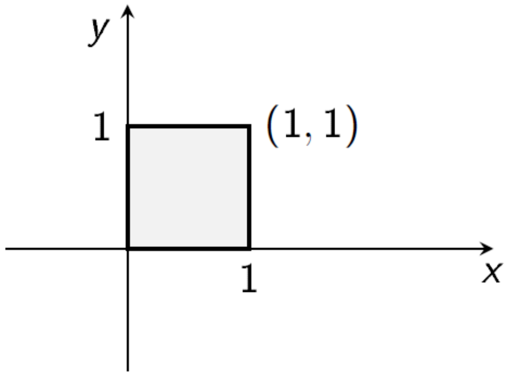
ovvero l'insieme dei numeri reali compresi tra 0 e 1, e si riduce ad un segmento;



in dimensione due

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\},$$

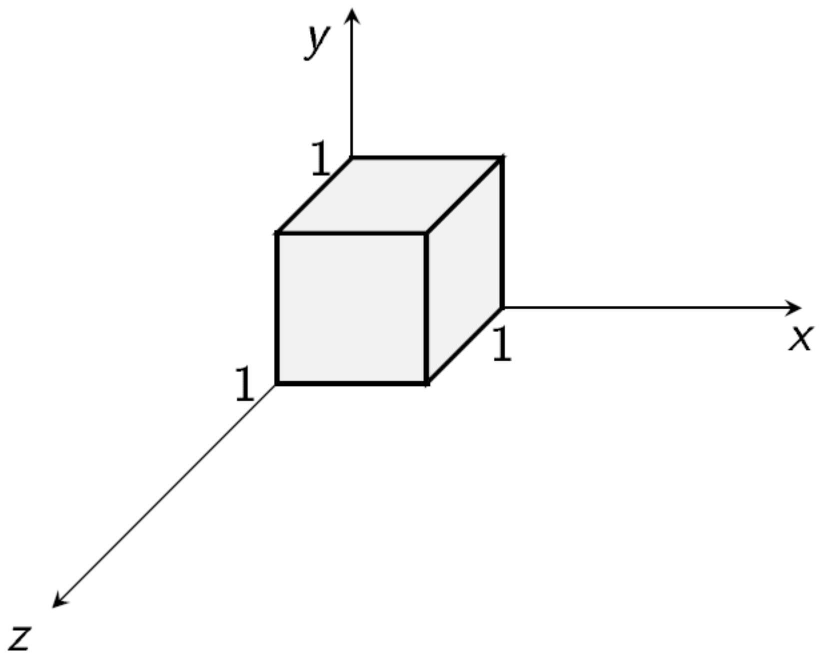
ovvero l'insieme delle coppie di numeri reali entrambi compresi tra 0 e 1, ed ecco il quadrato;



in dimensione tre

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\},$$

ovvero l'insieme delle terne di numeri reali tutti e tre compresi tra 0 e 1, e questo è il classico cubo;



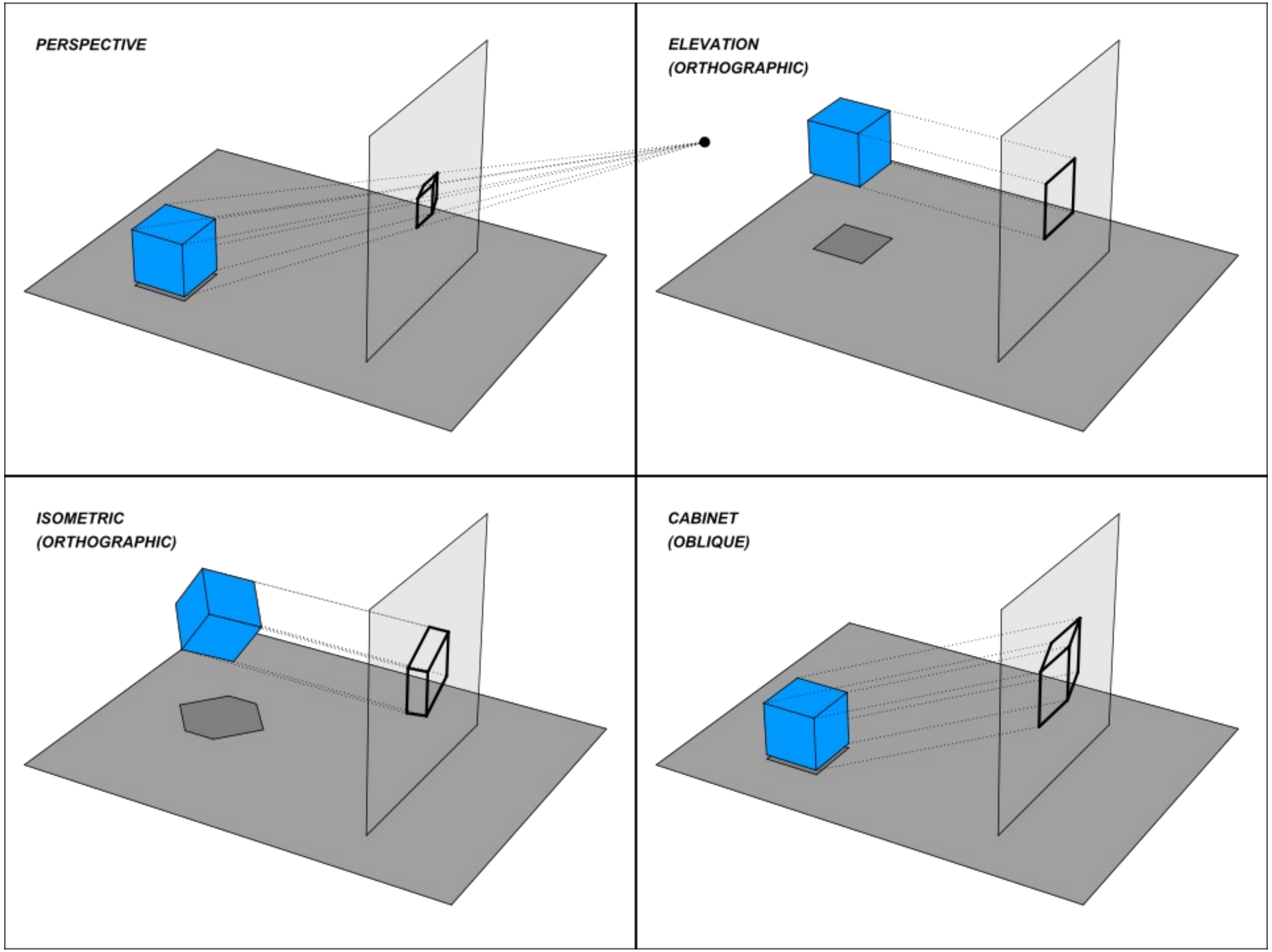
in dimensione quattro

$$C = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1, 0 \leq t \leq 1\},$$

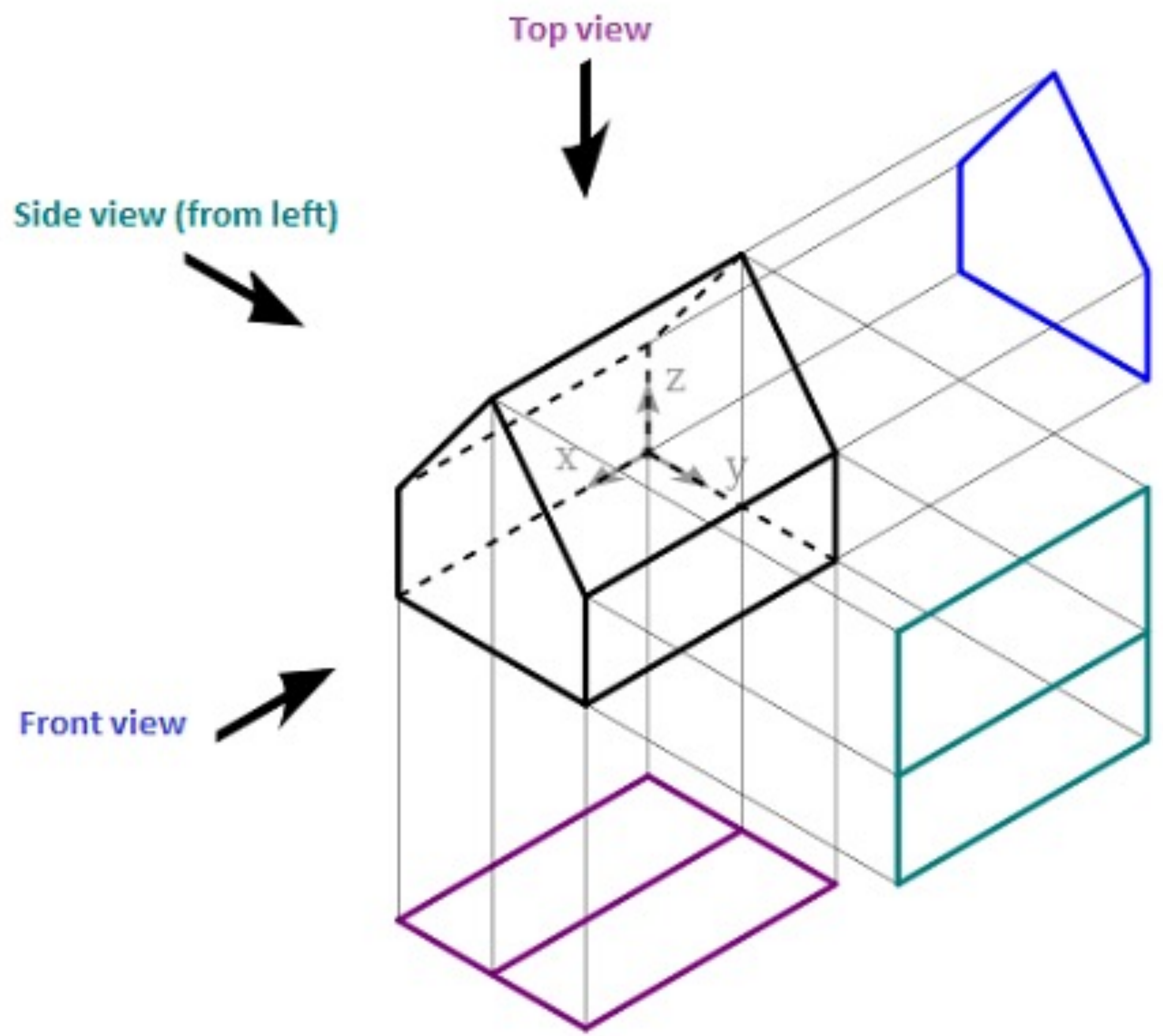
ovvero l'insieme delle quaterne di numeri reali tutti e quattro compresi tra 0 e 1, che viene detto ipercubo.

Proiezione tridimensionale

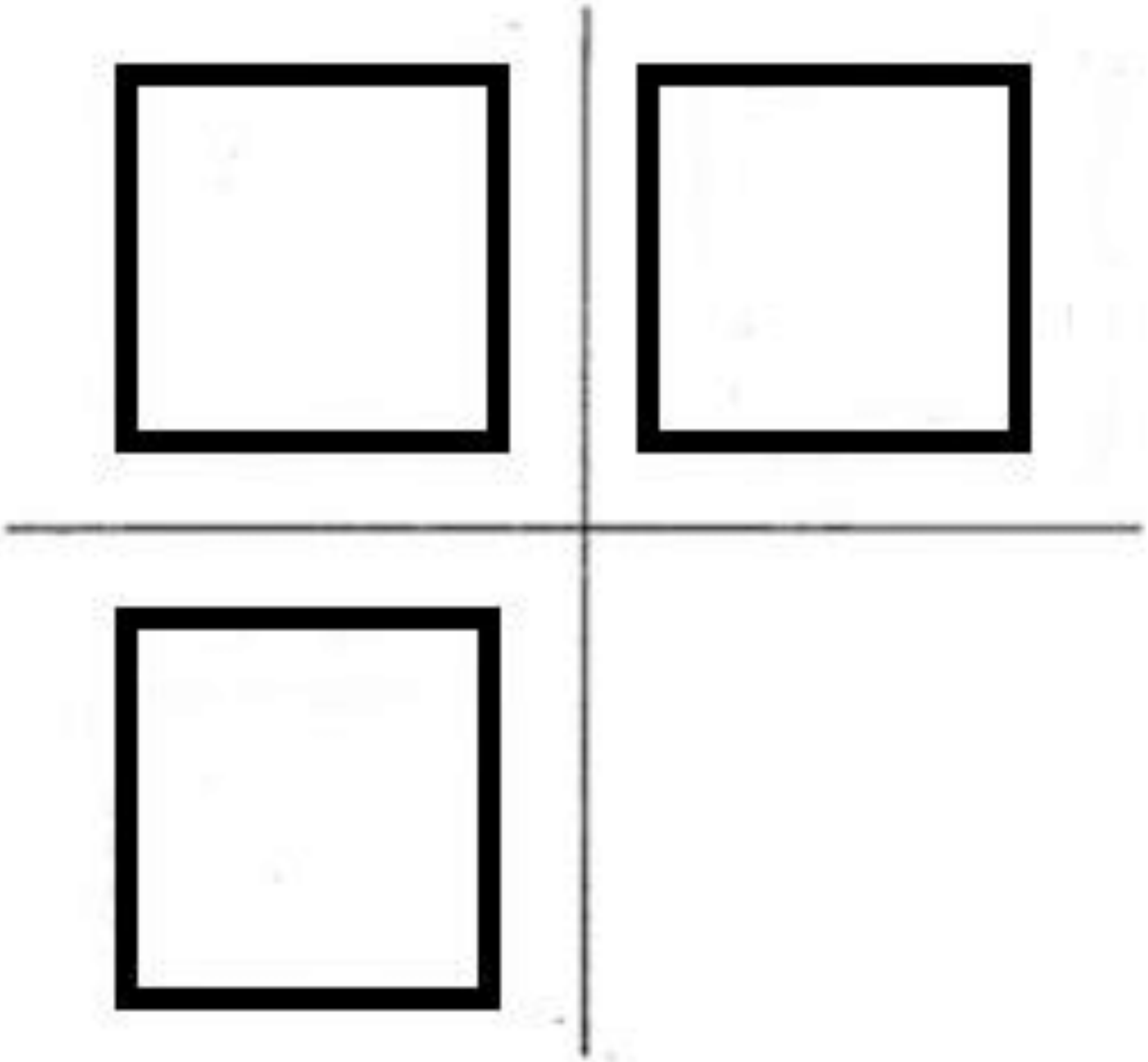
Proiezioni


PERSPECTIVE
ELEVATION
(ORTHOGRAPHIC)
ISOMETRIC
(ORTHOGRAPHIC)
CABINET
(OBLIQUE)

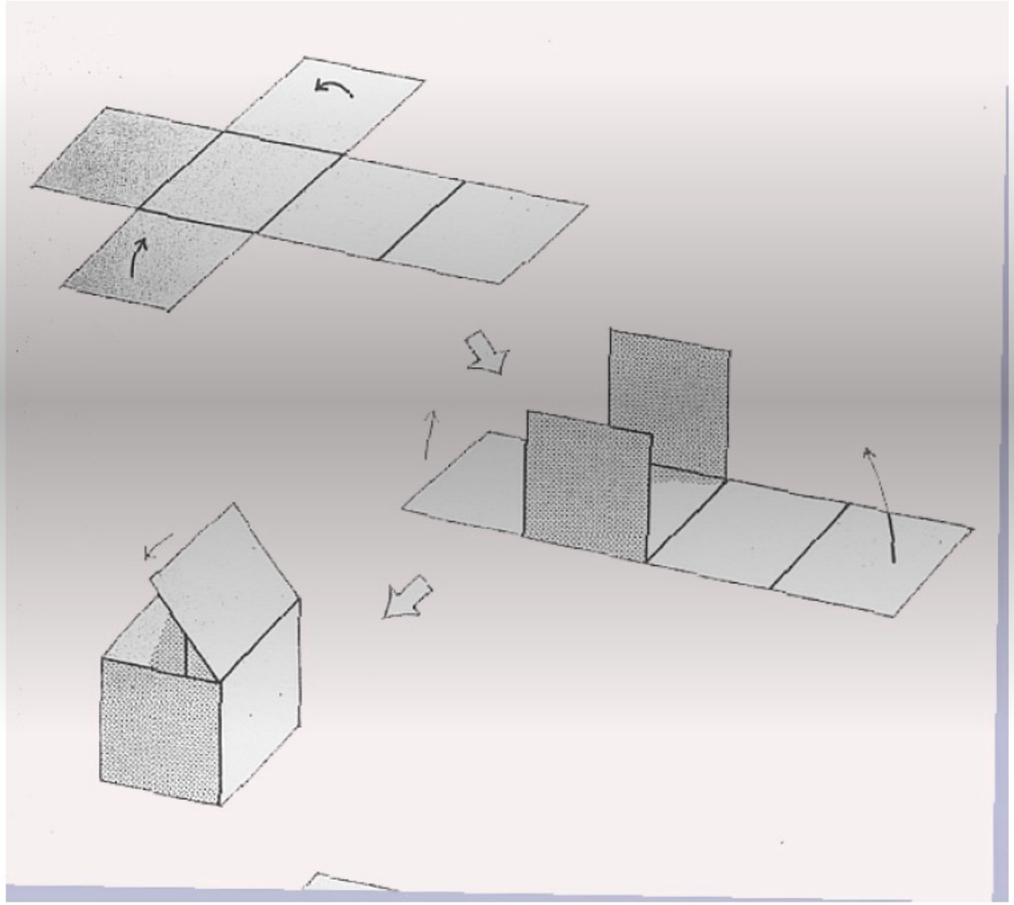
Proiezioni ortogonali



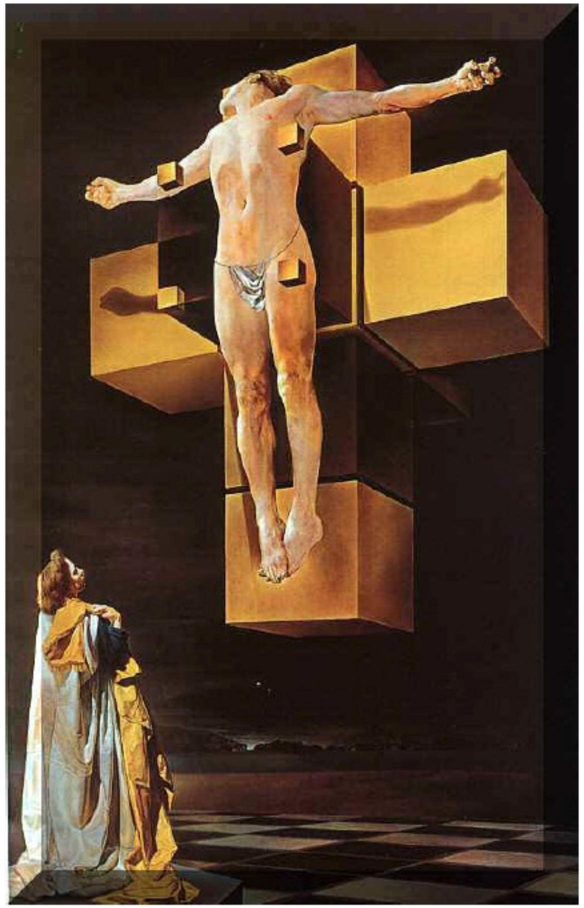
CUBO



Un altro modo per descrivere un cubo tridimensionale in due dimensioni si ha attraverso il suo sviluppo. Si tratta dei sei quadrati attaccati a forma di croce che si chiuderanno a formare le sei facce di un cubo come spiegato dalla figura qui sotto

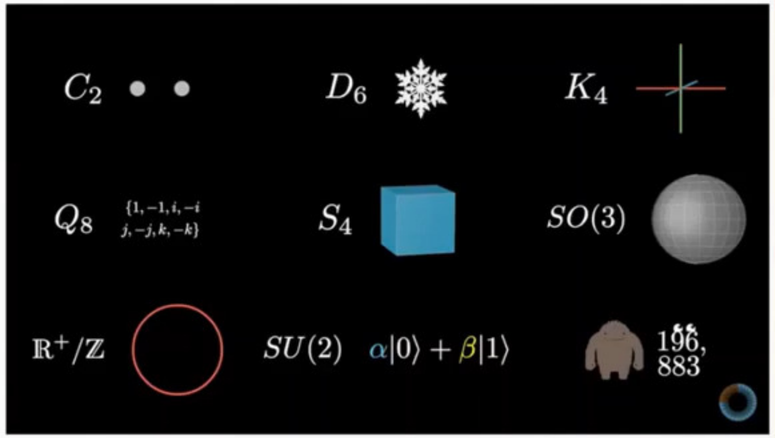


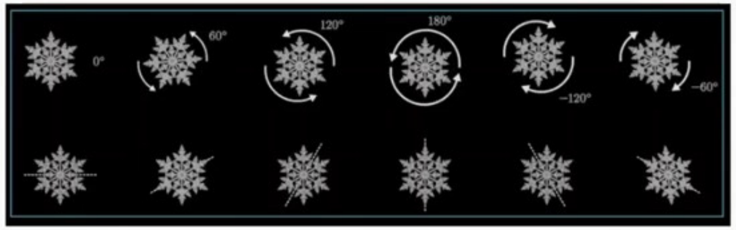
Ecco una delle opere più famose di Dalí, ad Crocifissione (Corpus hypercubus) del 1954, custodito al Metropolitan Museum of Art di New York, che mostra un Cristo crocifisso nello sviluppo di un ipercubo.



Lezione 3

Strutture algebriche





"

Ma io si! E' mettere il bene di un altro davanti al proprio."

"L'Amor che move il sole e l'altre stelle."

- *“Che sei tu che mi fai stare bene quando io sto male e viceversa”*

“Che sei tu che mi fai stare bene quando io sto male e viceversa”

- Ogni volta che abbiamo un insieme con un’operazione binaria (a una coppia di elementi ne associamo un terzo)
- che sia

- associativa,
- commutativa,
- con un elemento neutro
- e tale che ogni alemento ammetta

- possiamo dire di avere un Gruppo (abeliano).

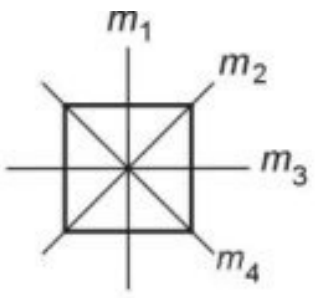
Grouppi (abeliani)

*	A	B
A	A	B
B	B	A

+	A	B	C
A	A	B	C
B	B	C	A
C	C	A	B

+	A	B	C	D
A	A	B	C	D
B	B	C	D	A
C	C	D	A	B
D	D	A	B	C

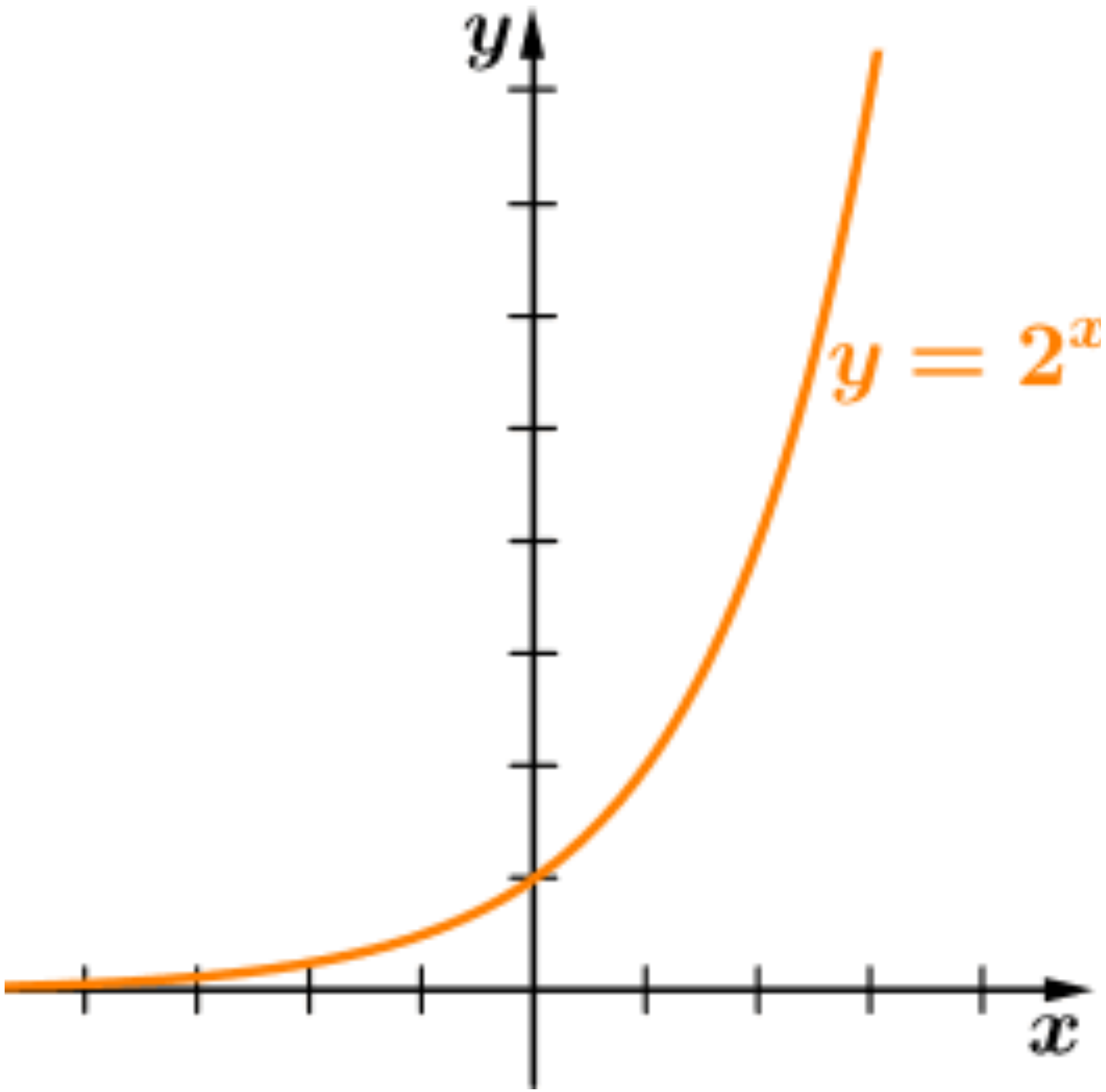
+	A	B	C	D
A	A	B	C	D
B	B	A	D	A
C	C	D	A	B
D	D	A	B	A



$(\mathbb{Z},+)$, $(\mathbb{Q},+)$, $(\mathbb{Z},+)$, $(\mathbb{R}, +)$ $(\mathbb{R}^+, \cdot)$

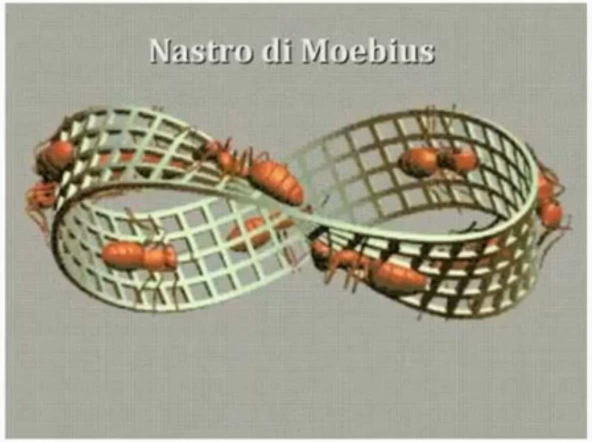
Funzioni tra gruppi

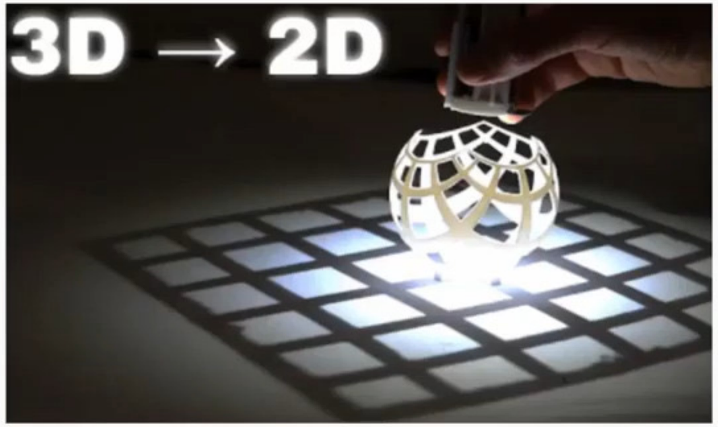
- E’ possible trovare un legame tra il Gruppo ($\mathbb{R}$, +) e il Gruppo ($\mathbb{R}^+$, ·)
- $2^{x+y}=2^x \cdot 2^y$
- f(x+y)=f(x)·f(y)



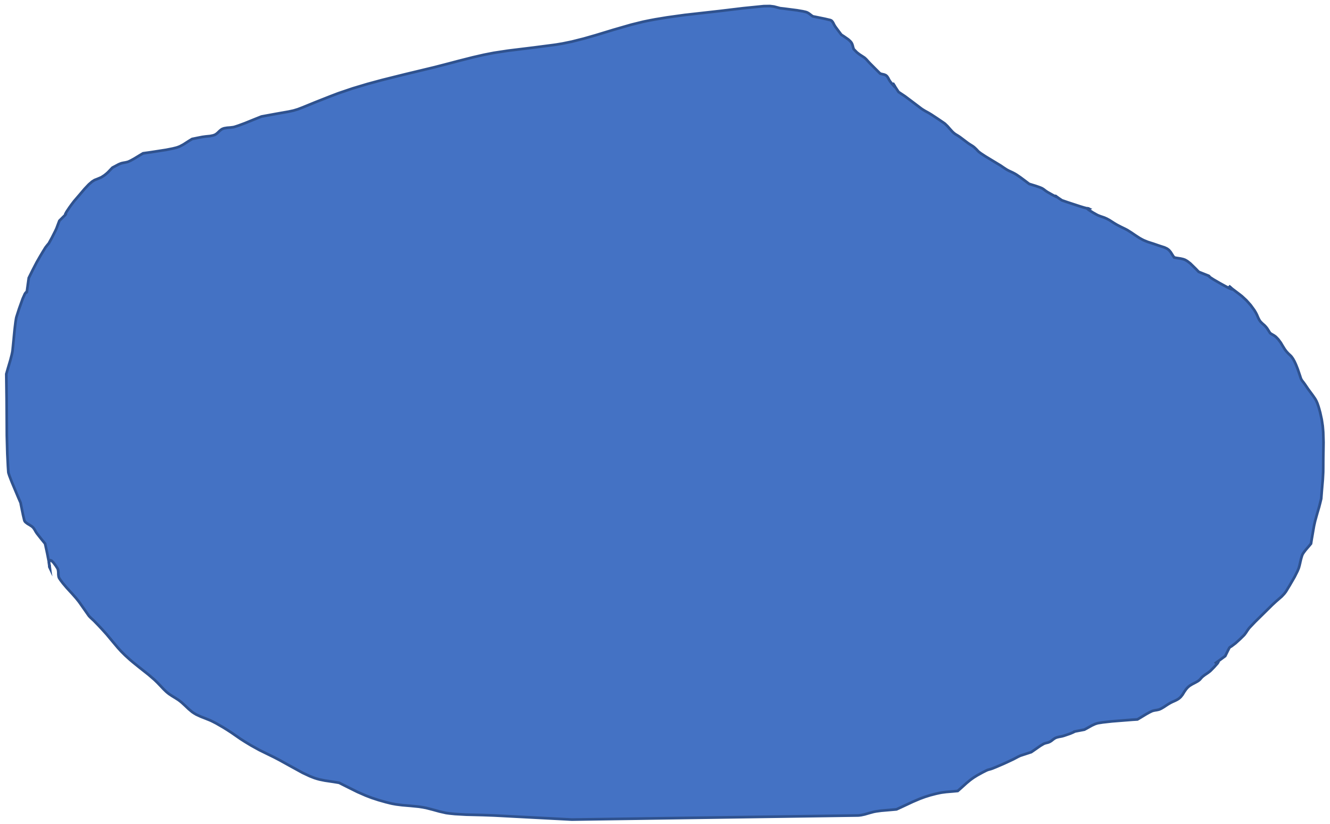
Lezione 6

Geometria della gomma



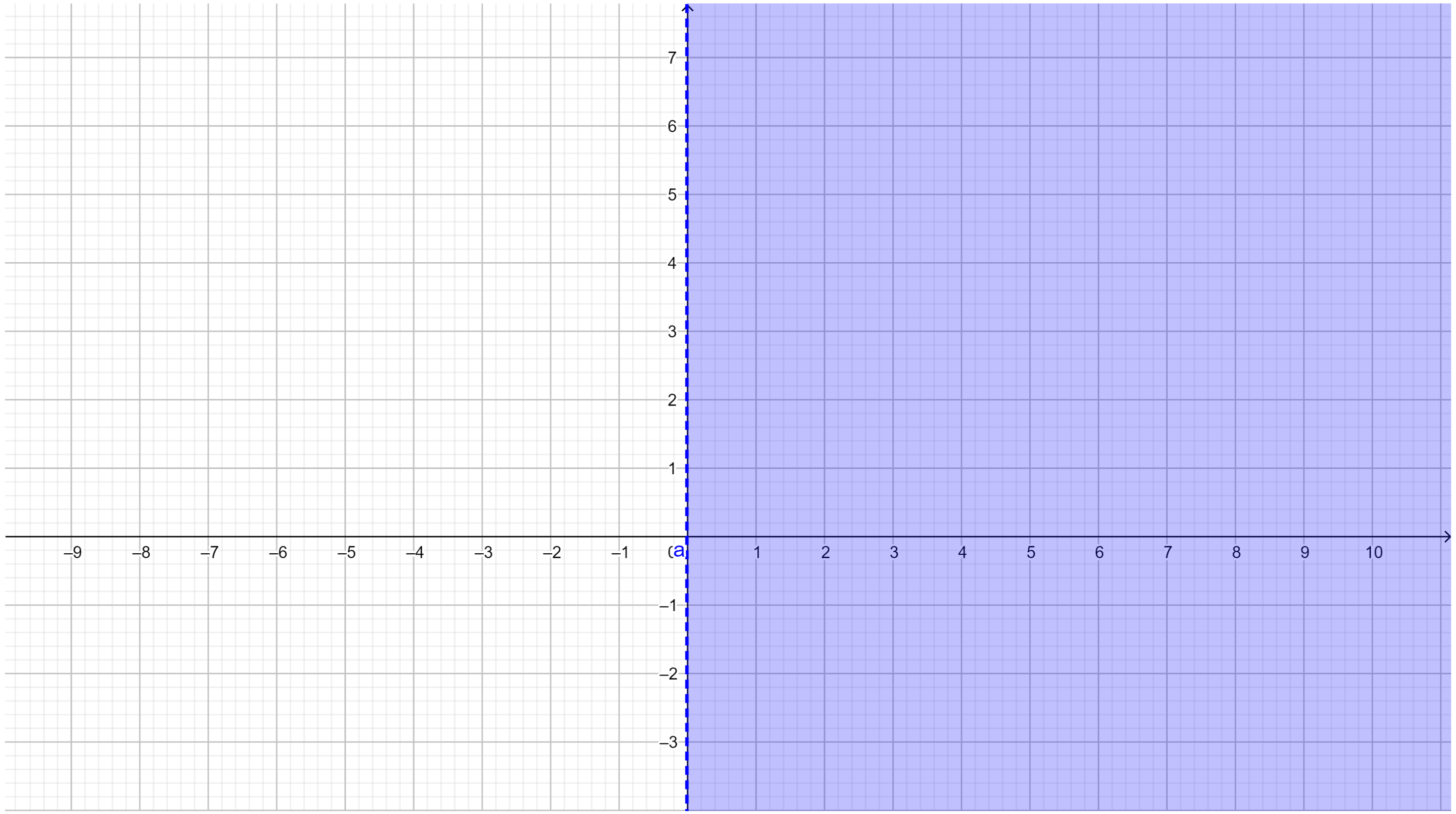


Punti interni e di frontiera



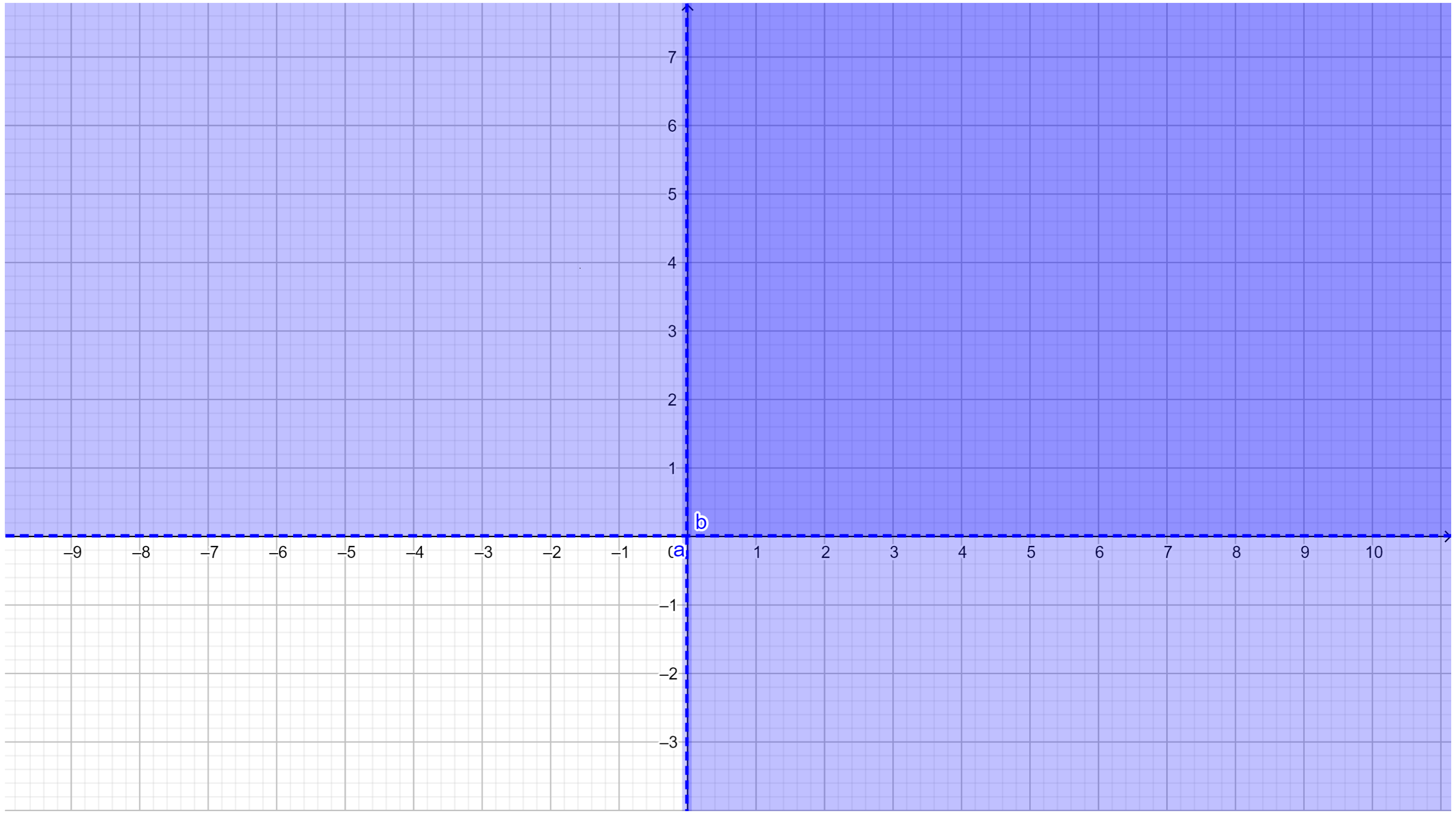
Vincoli

1. x>0



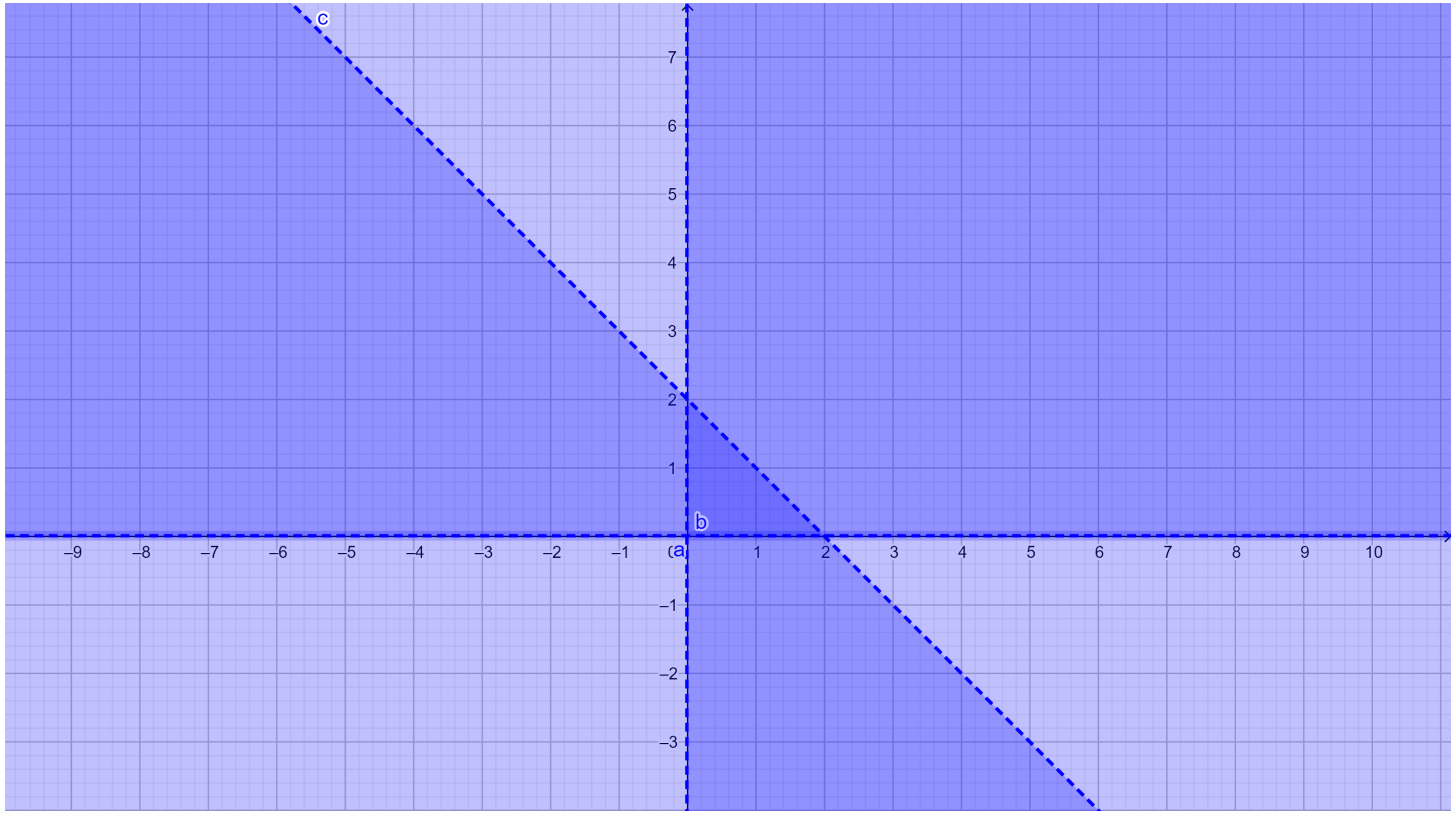
Vincoli

1. x>0
2. y>0



Vincoli

1. x>0
2. y>0
3. y<2-x



Punti interni e di frontiera

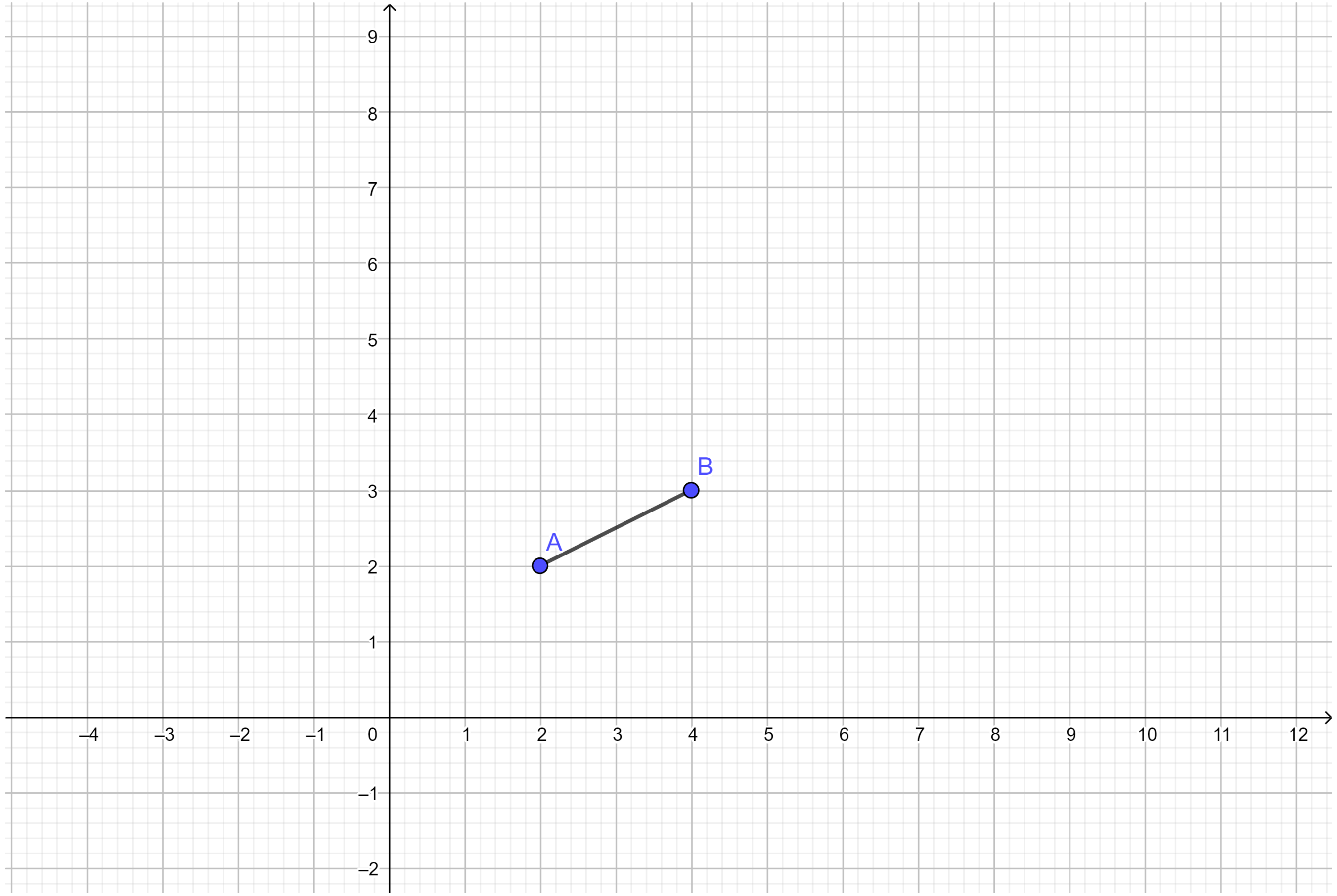
Un punto p si dice interno a un insieme E se esiste un raggio r abbastanza piccolo perché il disco di raggio r e centro p sia tutto contenuto in E.

p si dice di frontiera se ogni disco di centro p interseca sia E che il suo complementare.

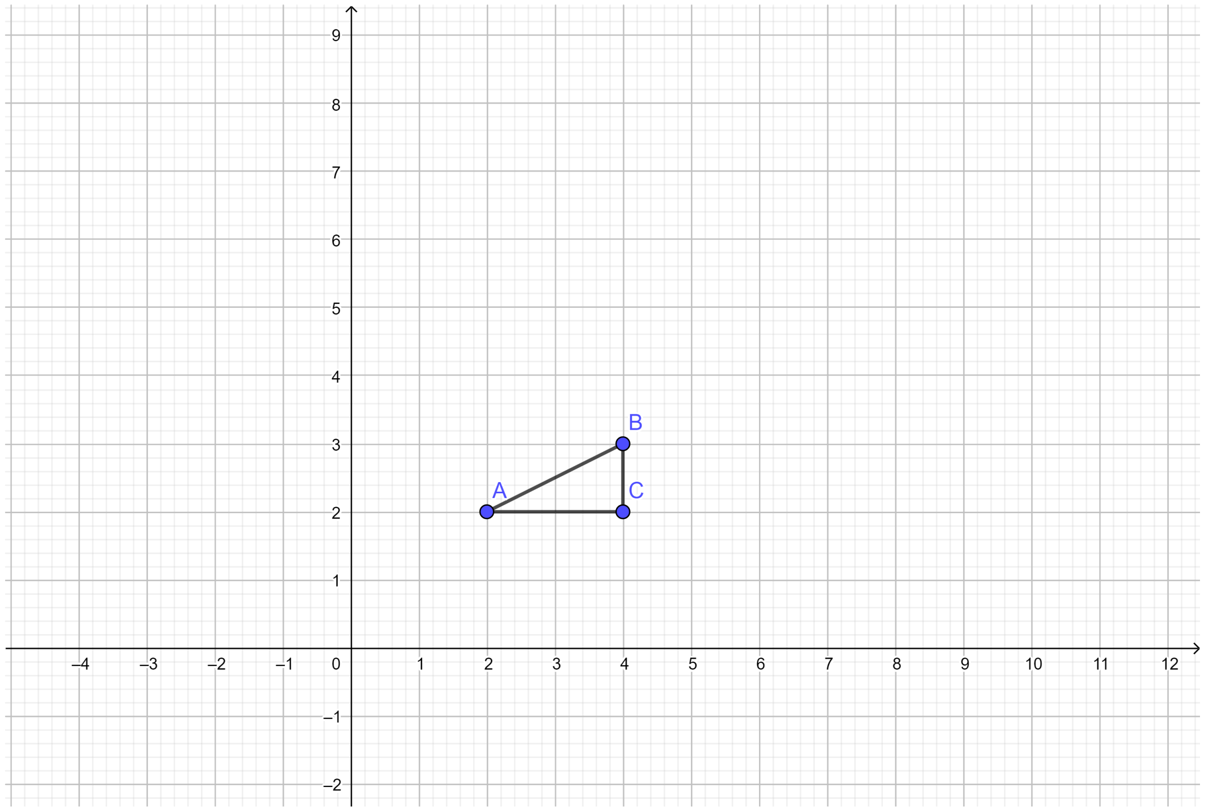
Disco di raggio r

$$D_r(p) = \{q \,|\, d(p,q) < r\}$$

Distanza tra due punti

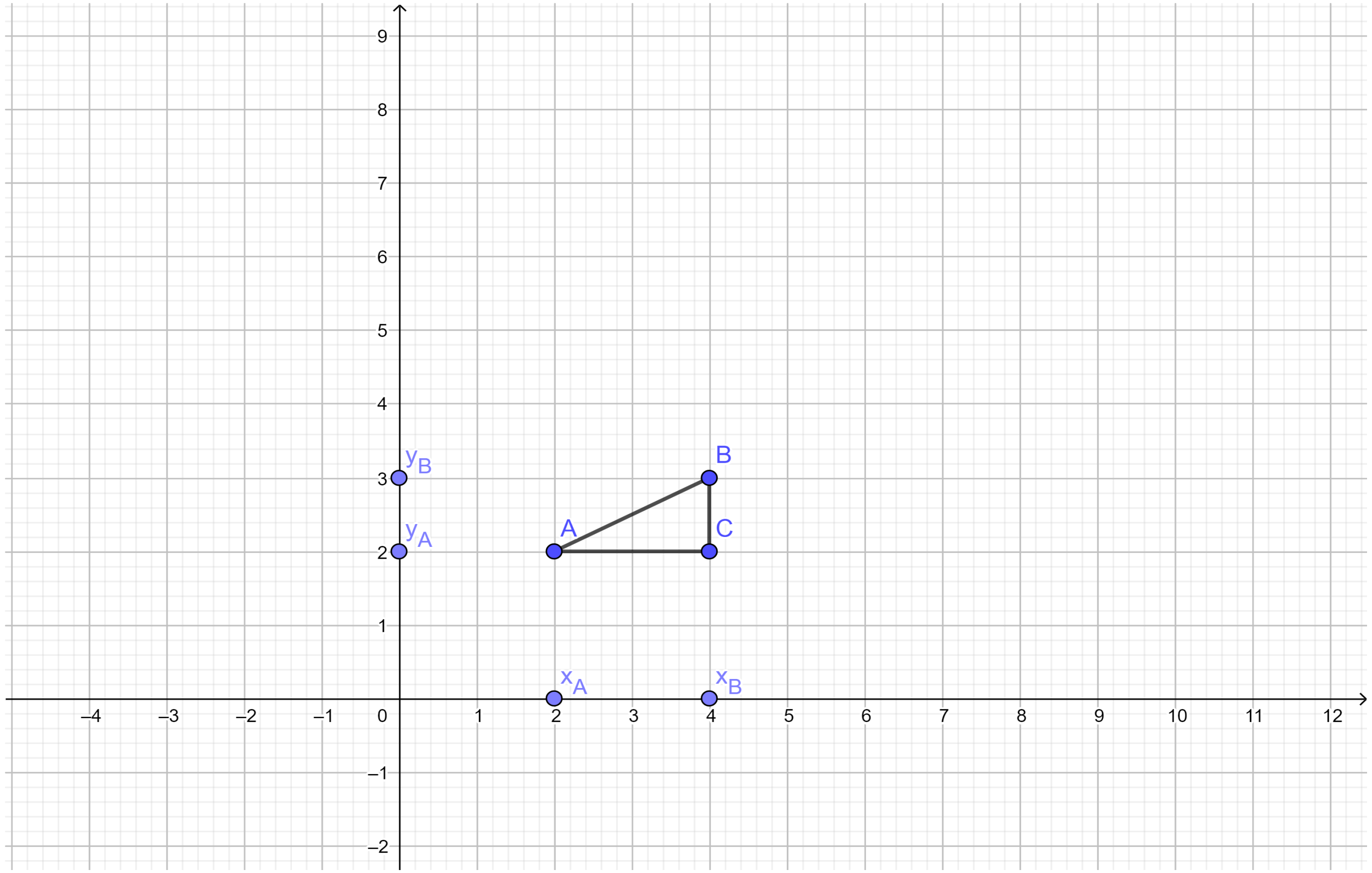


Distanza tra due punti



$$d(A,B) = AB = \sqrt{(AC)^2 + (BC)^2}$$

Distanza tra due punti



$$d(A,B) = \sqrt{(AC)^2 + (BC)^2} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Disco di raggio r

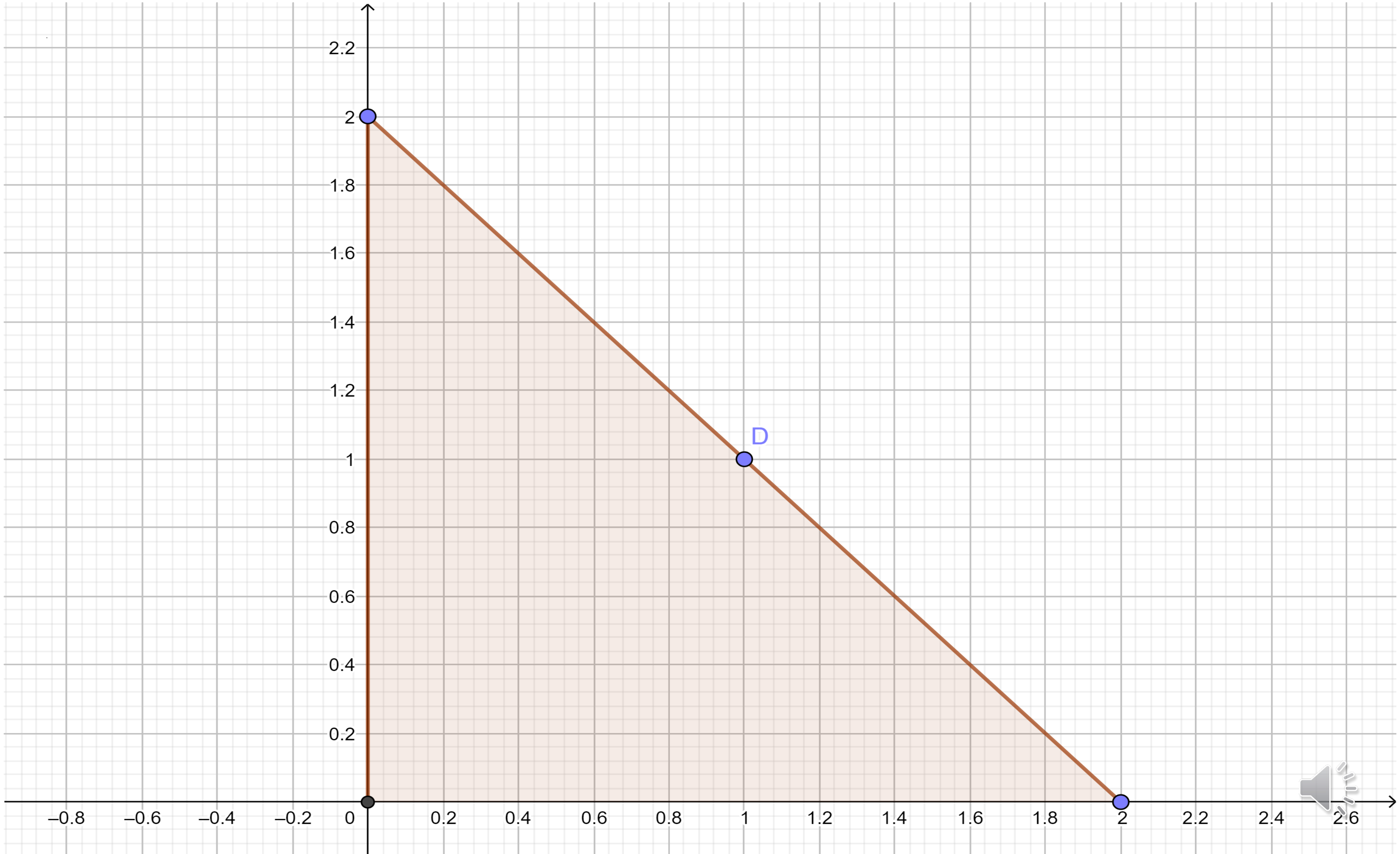
$$D_r(p) = \{q \mid d(p,q) < r\}$$

Disco di raggio r

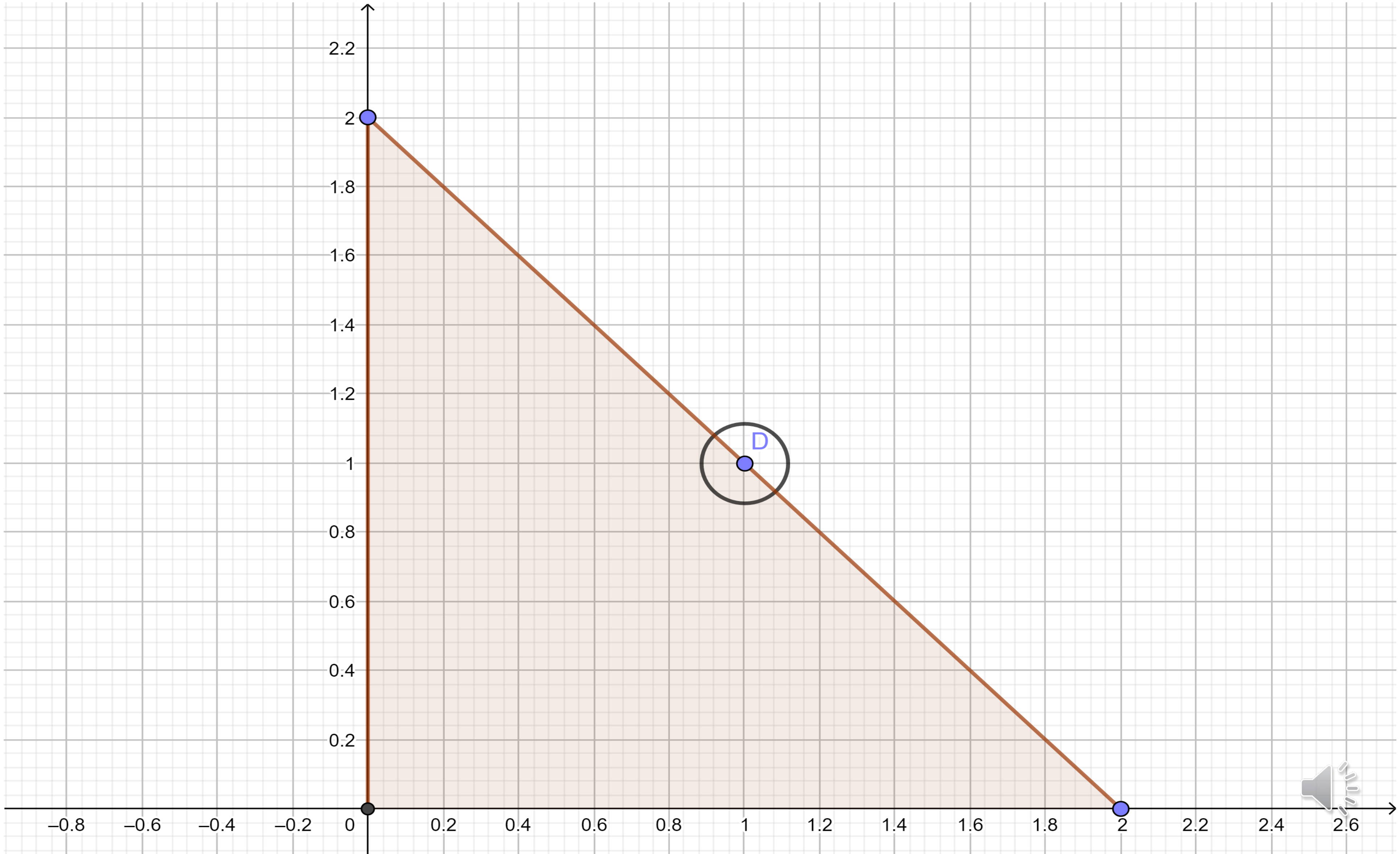
$$D_r(p) = \{q \mid d(p,q) < r\}$$

$$D_1(0,0) = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

Punti interni e di frontiera

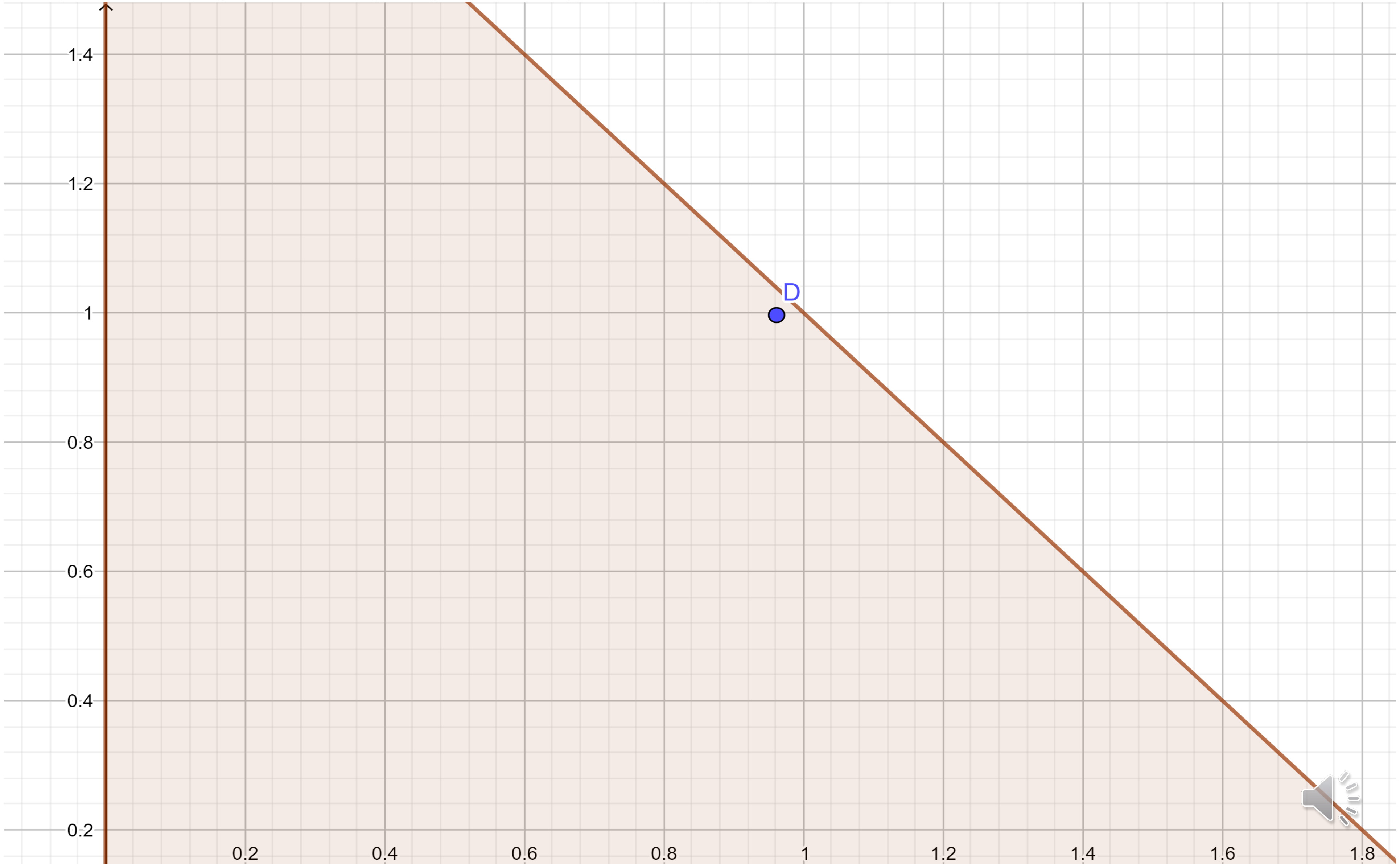


Punti interni e di frontiera

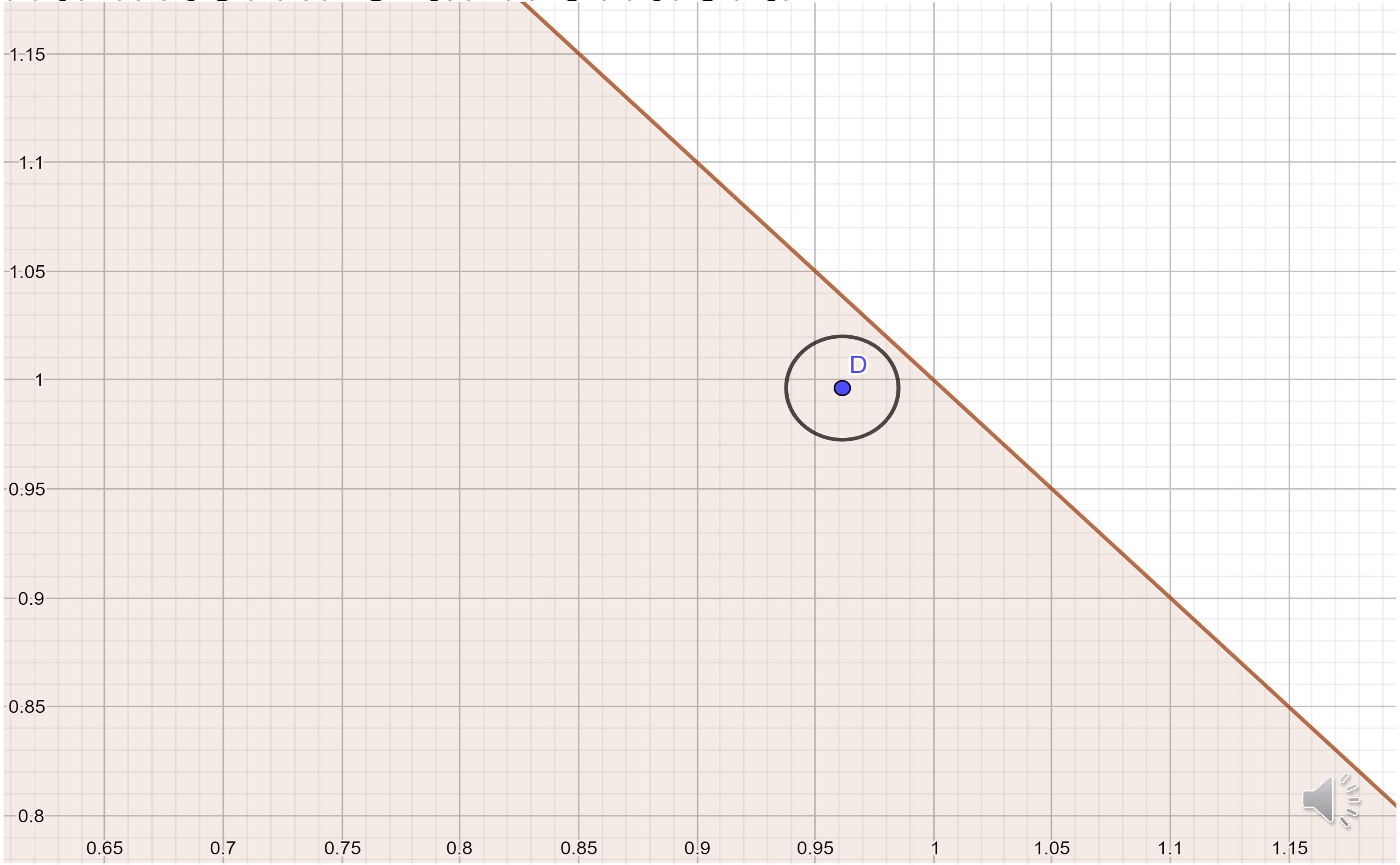


Punti interni e di frontiera

Punti interni e di frontiera



Punti interni e di frontiera



Distanza o metrica

(1) $d(x,y) \geqslant 0$

(2) $d(x,y) = 0$ se e solo se $x = y$

(3) $d(x,y) = d(y,x)$ (simmetria)

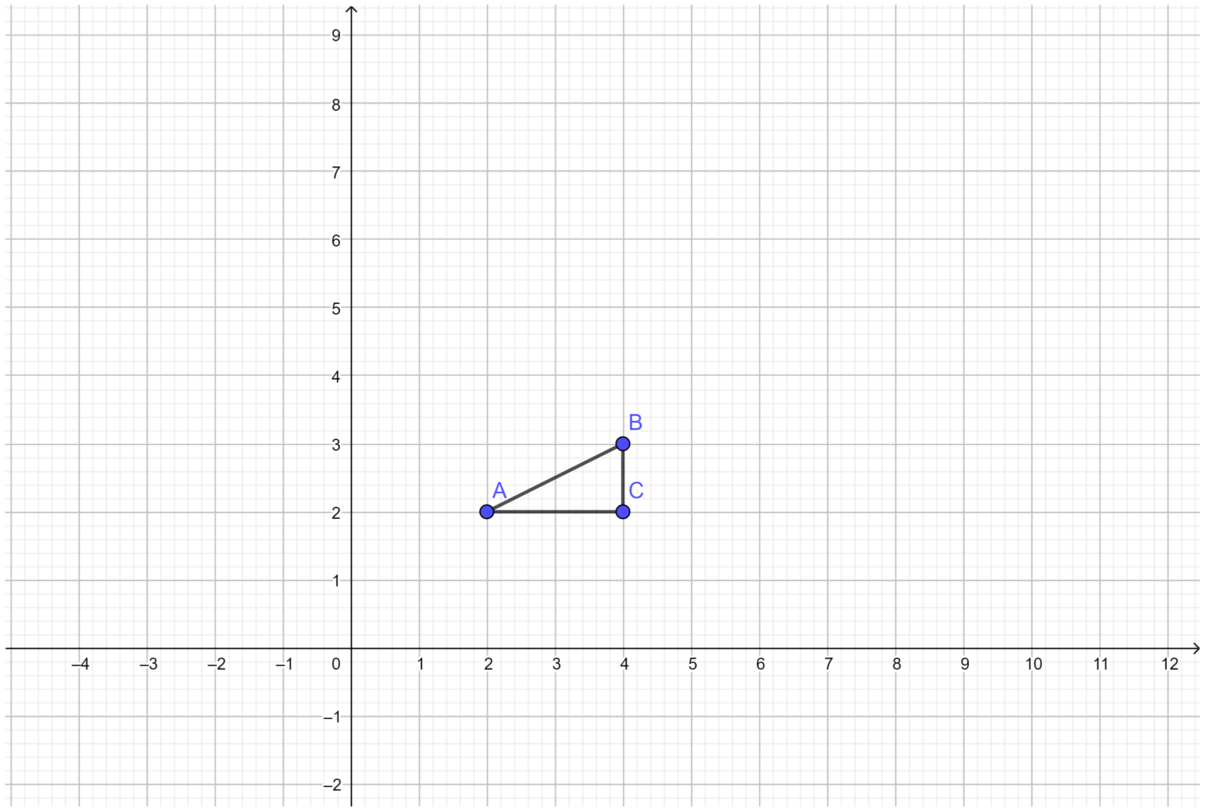
(4) $d(x,y) \leqslant d(x,z) + d(z,y)$ (disuguaglianza triangolare)

215,9 x 279,4 mm

Distanza d’

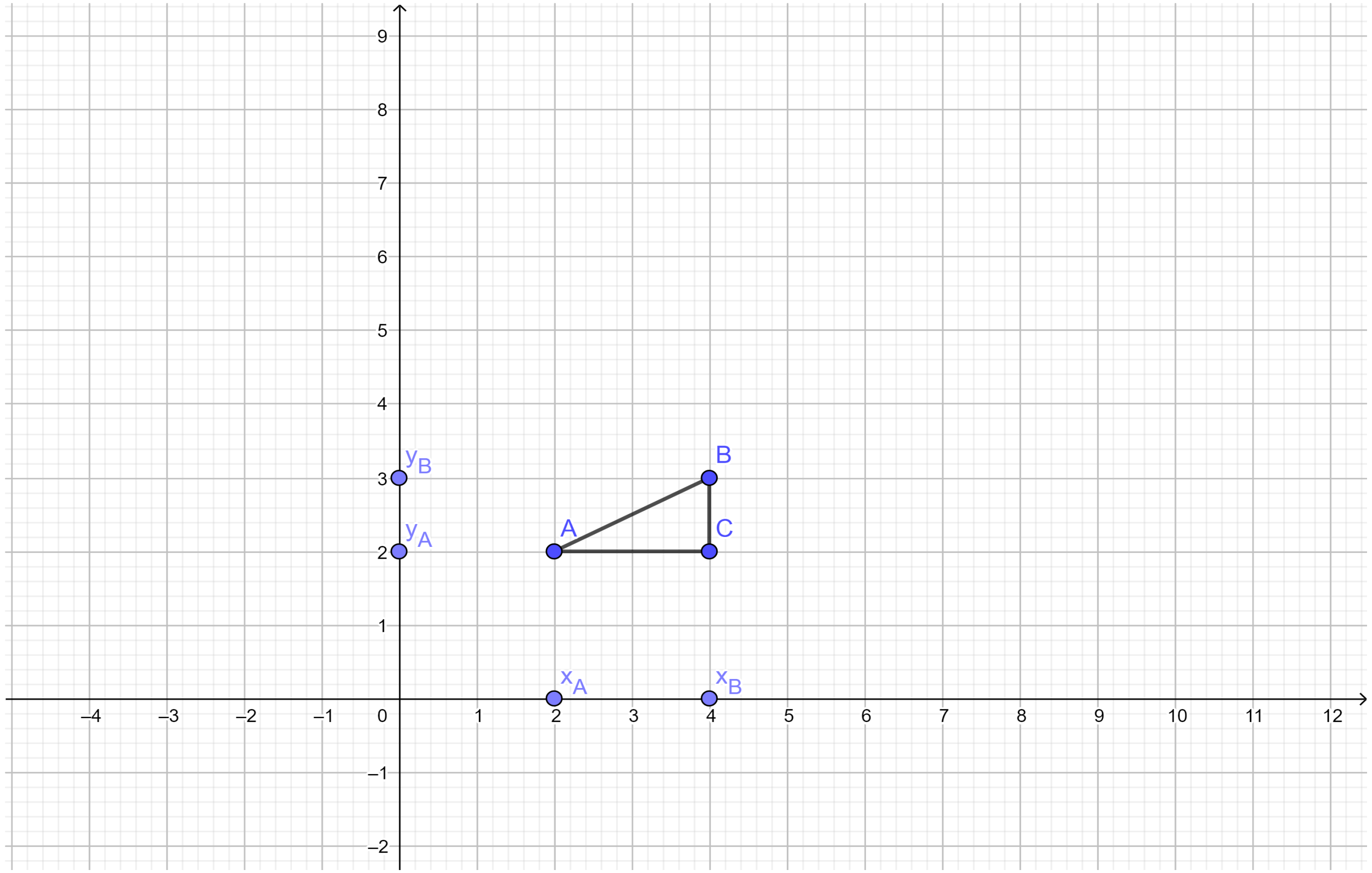
•

Distanza d’



$$d'(A, B) = \max(AC, CB)$$

Distanza tra due punti



$$d'(A,B) = max(|x_b - x_a|, |y_b - y_a|)$$

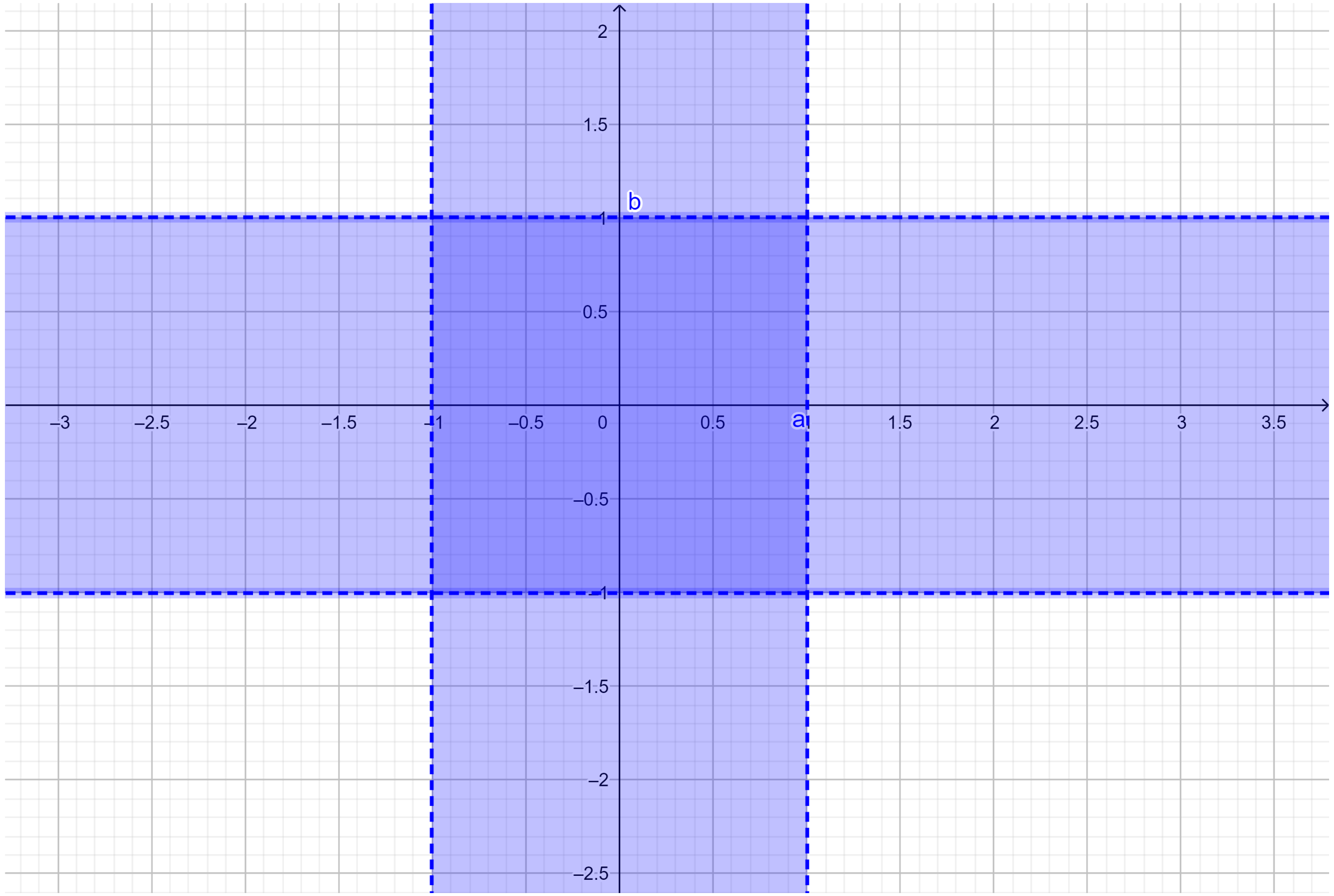
Disco di raggio r

$D_r(p) = \{q | d'(p,q) < r\}$

$D_1(0,0) = \{(x,y) | \max(|x|, |y|) < 1\}$

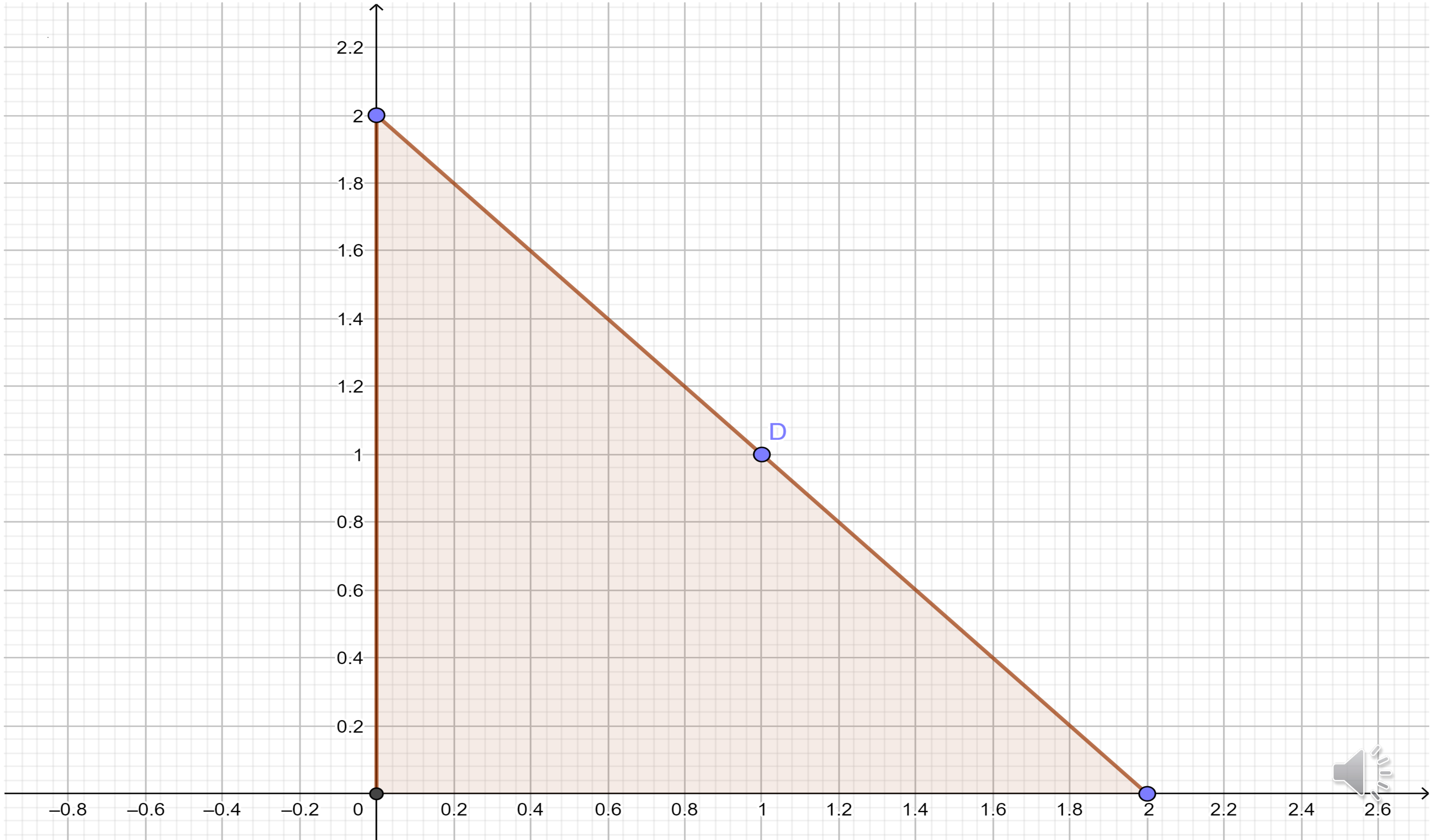
$D_1(0,0) = \{(x,y) | \ |x| < 1, \ |y| < 1\}$

Disco di raggio r

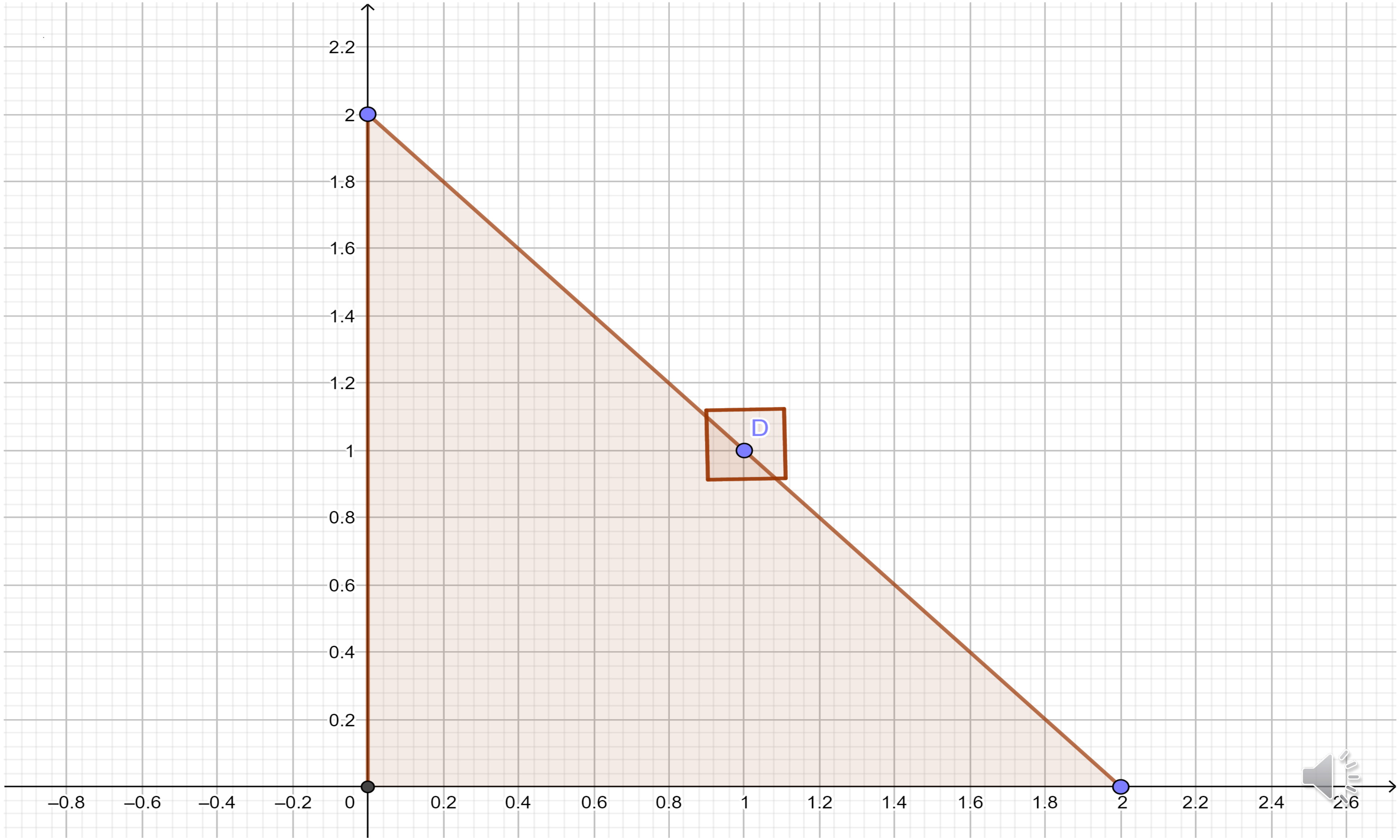


$D_1(0,0)$ ={(x,y)| $|x| < 1,\ |y| < 1\}$

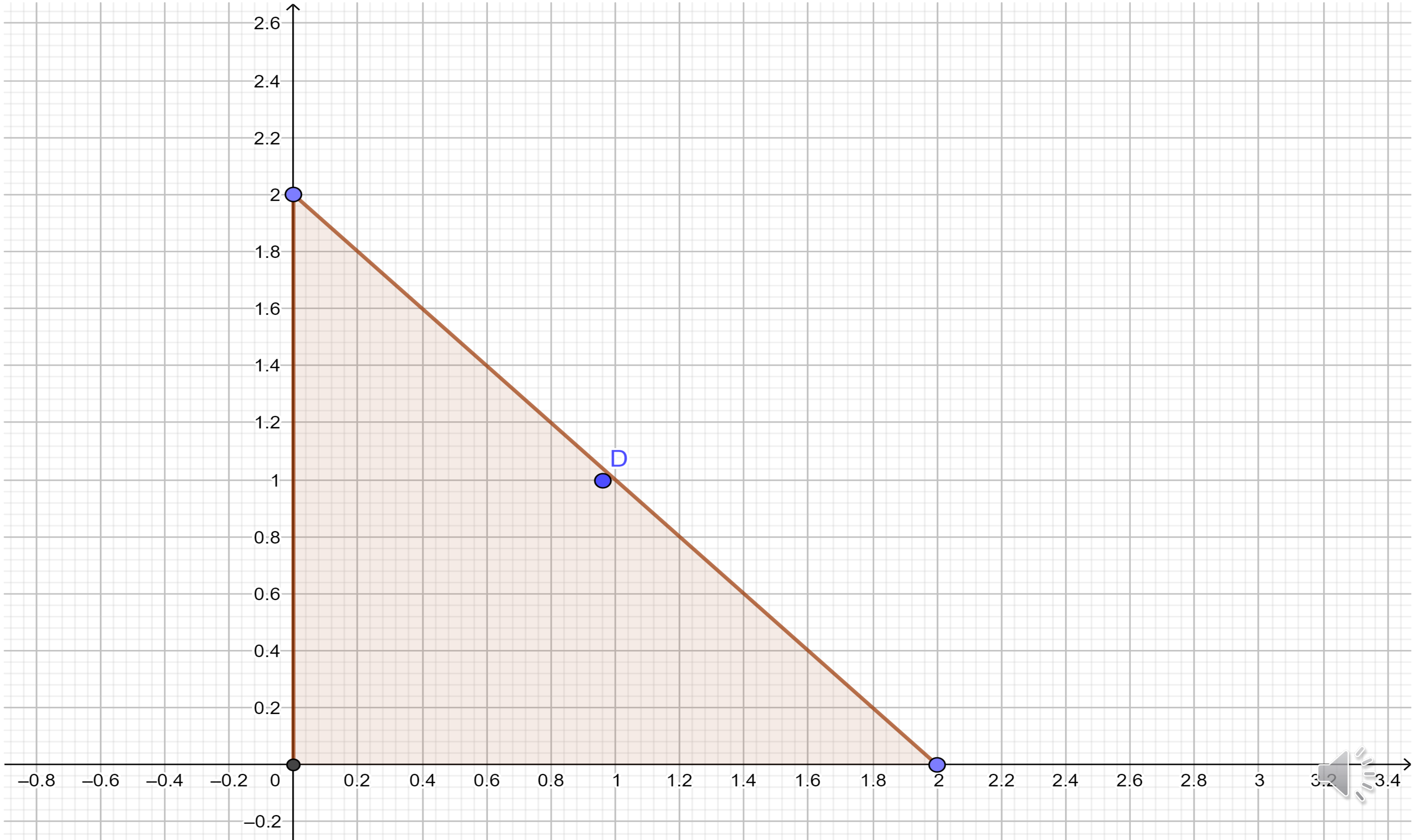
Punti interni e di frontiera



Punti interni e di frontiera

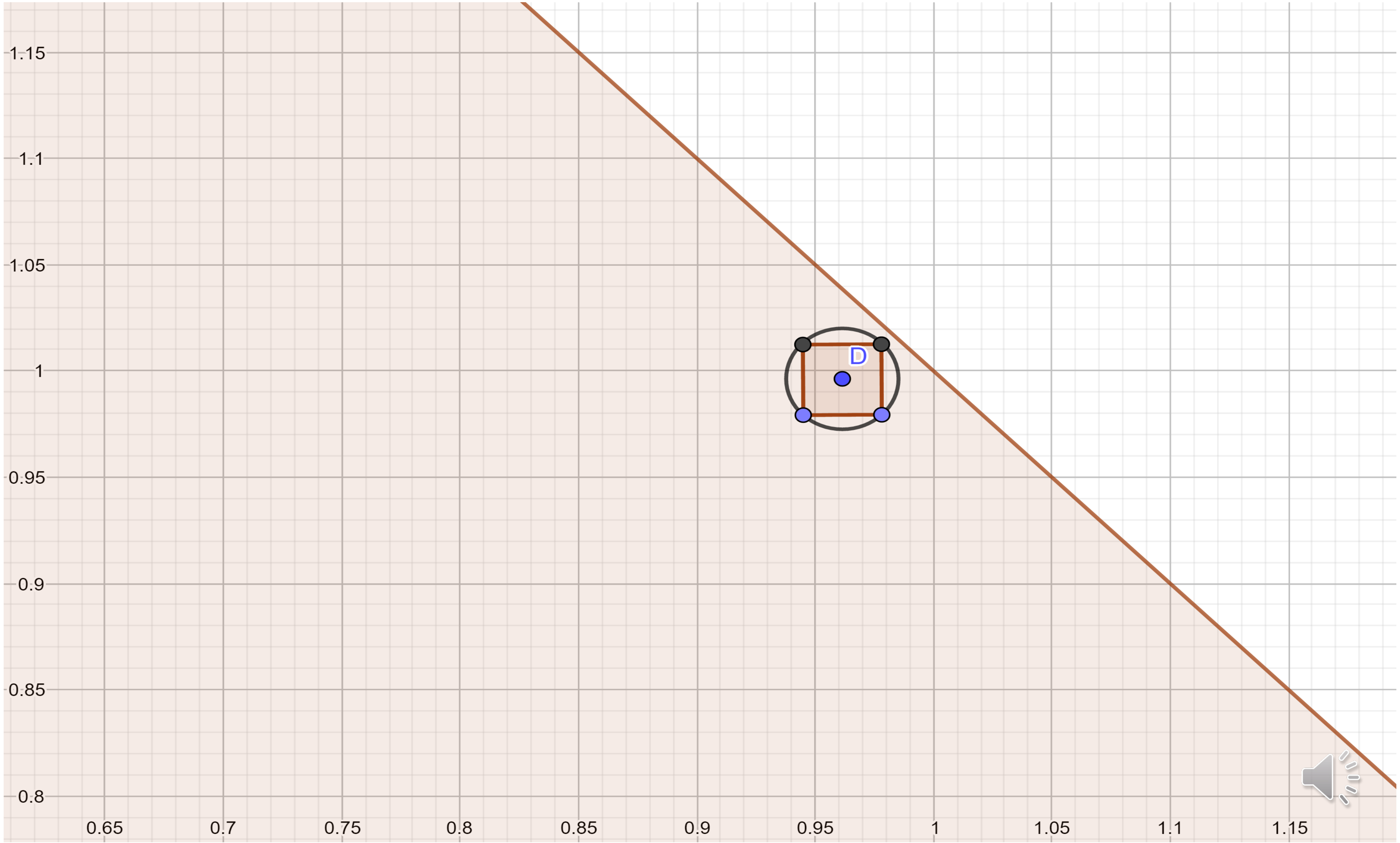


Punti interni e di frontiera

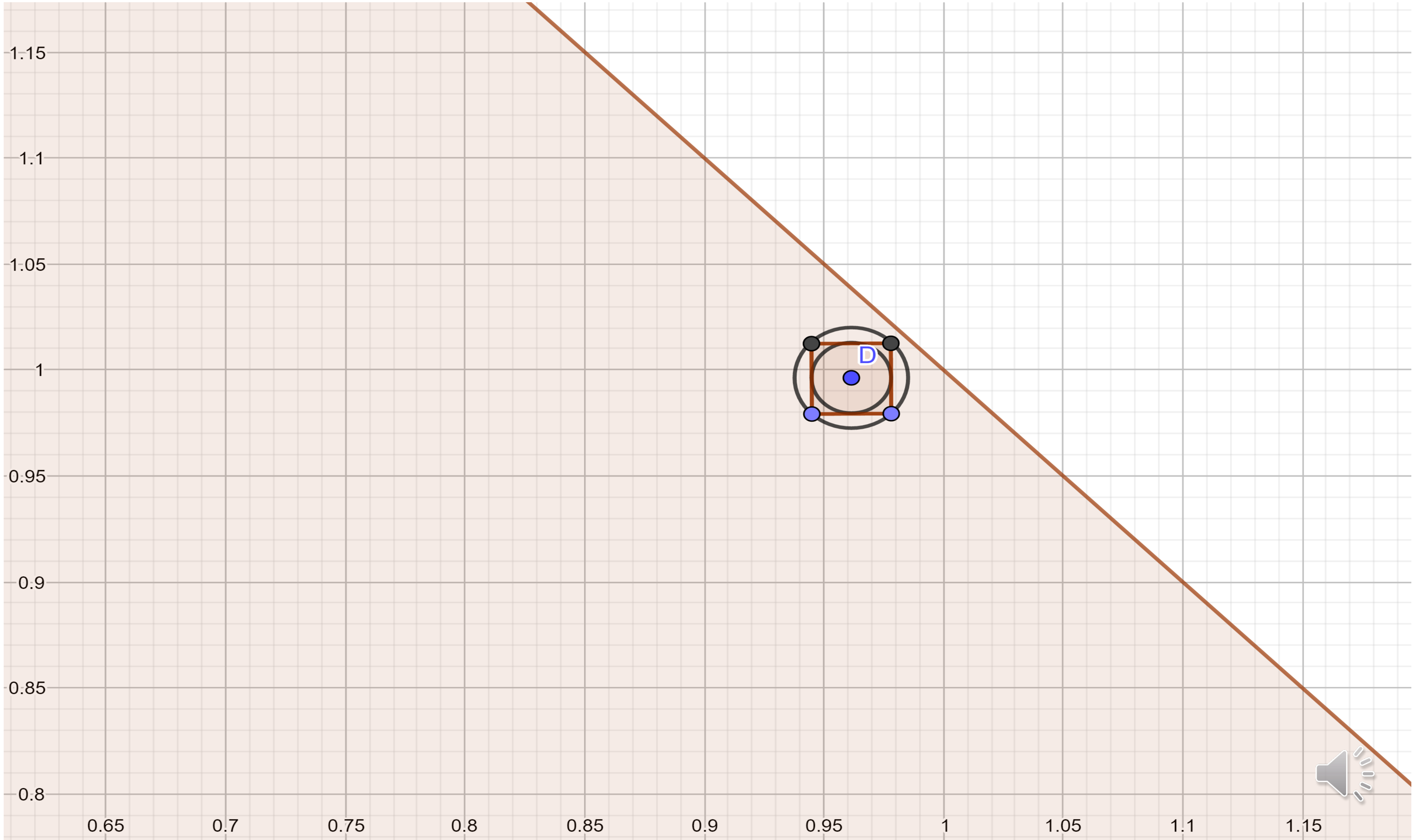


Punti interni e di frontiera

Punti interni e di frontiera



Punti interni e di frontiera



Metrica discreta

- $$d(A,B) = \begin{cases} 1 \; se \; A \neq B \\ 0 \; se \; A = B \end{cases}$$

Metrica discreta

$$\cdot\ d_0(A,B) = \begin{cases} 1\ se\ A \neq B \\ 0\ se\ A = B \end{cases}$$

$$D_r(p) = \{\mathrm{q} \mid d_0(\mathrm{p},\mathrm{q}) < \mathrm{r}\}$$

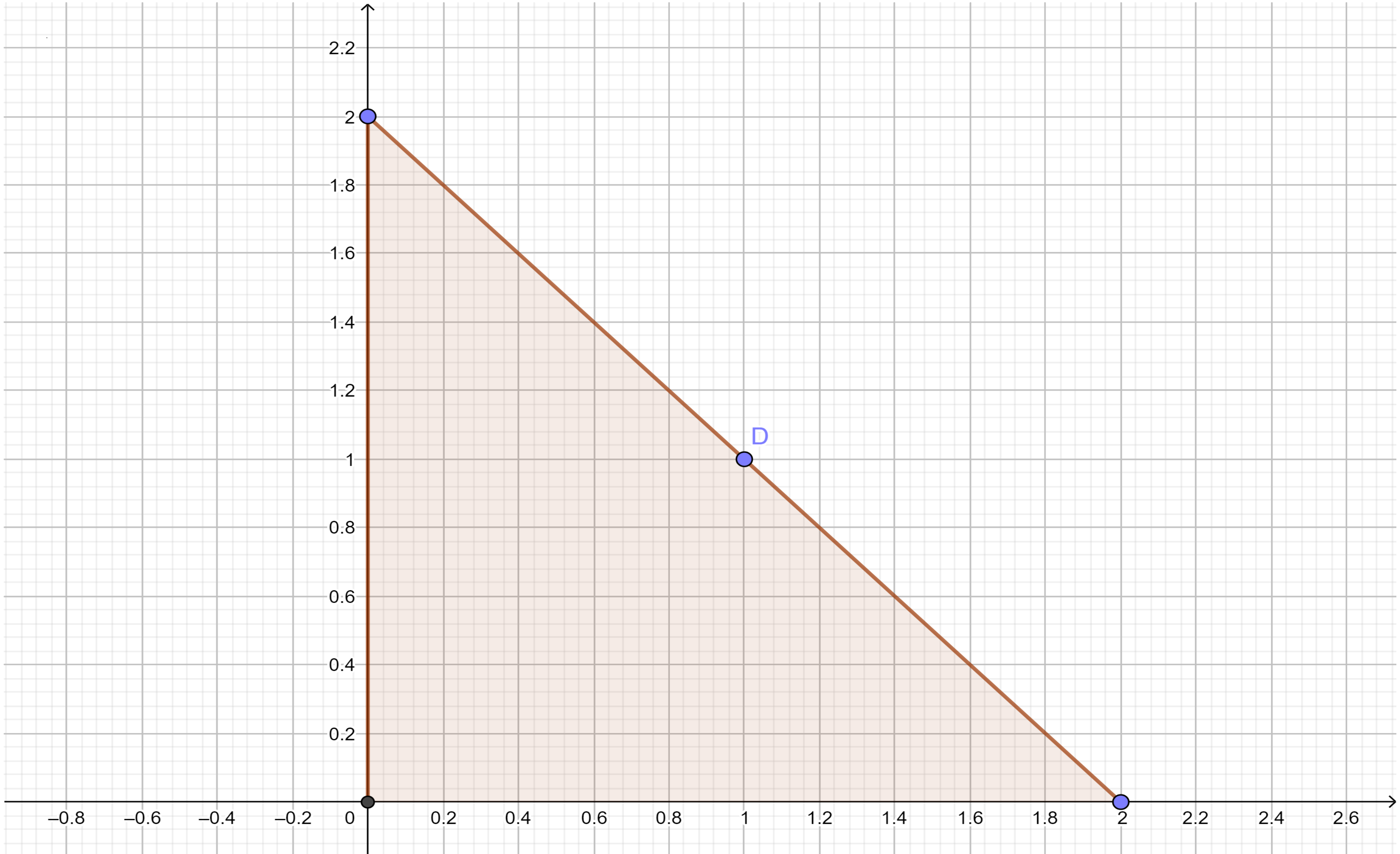
Metrica discreta

$$\cdot\ d_0(A,B) = \begin{cases} 1\ se\ A \neq B \\ 0\ se\ A = B \end{cases}$$

$$D_r(p) = \{\mathrm{q} \mid d_0(\mathrm{p,q}) < \mathrm{r}\}$$

$$D_1(p) = \{\mid d_0(\mathrm{p,q}) < 1\} = \{\mathrm{p}\}$$

Punti interni e di frontiera



Metrica discreta

- $$d_0(A,B) = \begin{cases} 1 \; se \; A \neq B \\ 0 \; se \; A = B \end{cases}$$

RICONOSCETE IL TESTO DI QUESTA CANZONE?

Ho sbagliato tante volte nella vita
Chissà quante volte ancora sbaglierò
In questa piccola parentesi infinita
Quante volte ho chiesto scusa e quante no
È una corsa che decide la sua meta
Quanti ricordi che si lasciano per strada
Quante volte ho rovesciato la clessidra
Questo tempo non è sabbia ma è la vita che passa, che passa

RICONOSCETE IL TESTO DI QUESTA CANZONE?

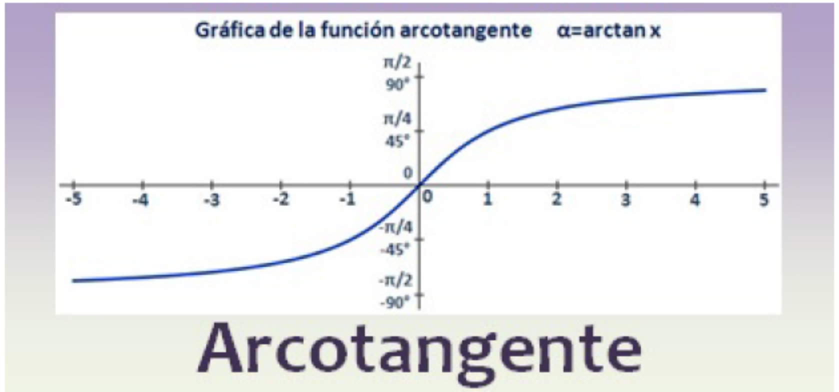
Ho sbagliato tante volte nella vita
Chissà quante volte ancora sbaglierò
In questa piccola parentesi infinita
Quante volte ho chiesto scusa e quante no
È una corsa che decide la sua meta
Quanti ricordi che si lasciano per strada
Quante volte ho rovesciato la clessidra
Questo tempo non è sabbia ma è la vita che passa, che passa

Omeomorfismo

Guarda il grafico di un'arcotagente

che essendo bicontinua e biettiva
tra l'infinita retta dei reali
e una sua parte degli estremi priva

ci spiega che possiam pensare uguali
tutti i segmenti aperti e l'infinito.



“e tutto l’universo chiuso in una stanza”

Jovanotti

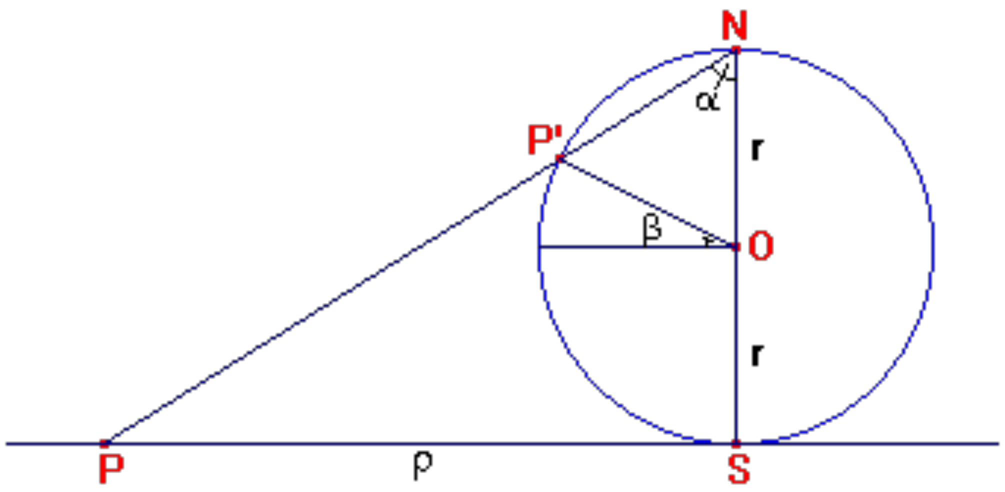
So che è successo già
Che altri già si amarono
Non è una novità
Ma questo nostro amore è
Come musica
Che non potrà finire mai
Che non potrà finire mai
Mai, mai

CORCOVADO

Un piccolo intervallo si stiracchia in modo continuo fino a coprire l'infinita retta reale. I tre giorni di Pasqua si estendono a dar senzo a tutta la storia dell'universo. Le braccia di Cristo si spalancano asintoticamente fino ad abbracciare l'intera umanità.

Proiezione Stereografica

Proiezione Stereografica

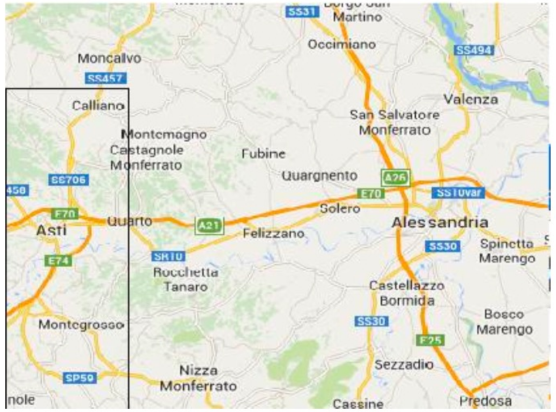


Localmente carità

In verità io vi dico: tutto quello che avete fatto a uno solo di questi miei fratelli più piccoli, l'avete fatto a me (Mt 25,40)

Racconto Medievale

Varietà topologiche



$$X = \cup_{i=1}^{k} U_i$$

dove gli U_i sono tutti aperti di X e per ogni i si ha un omeomorfismo

$$f_i : U_i \to V_i$$

inoltre

$$\begin{array}{ccccc} & f_i^{-1} \nearrow & U_i \cap U_j \subset X & \searrow f_j & \\ f_i(U_i \cap U_j) \subset \mathbb{R}^n & & \xrightarrow{\psi_{ij}} & & f_j(U_i \cap U_j) \subset \mathbb{R}^n \end{array}$$